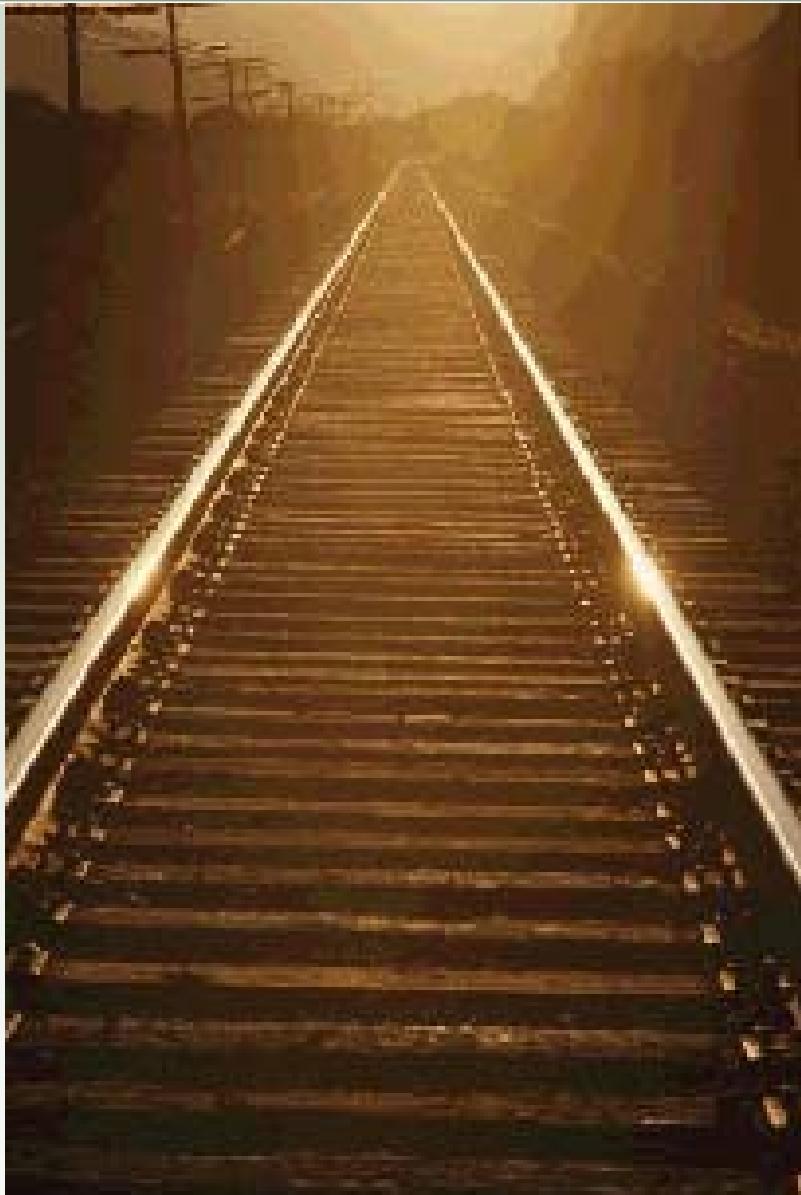


FIZIČKI KONCEPT VIBRACIJA





Definicije

Šta su vibracije

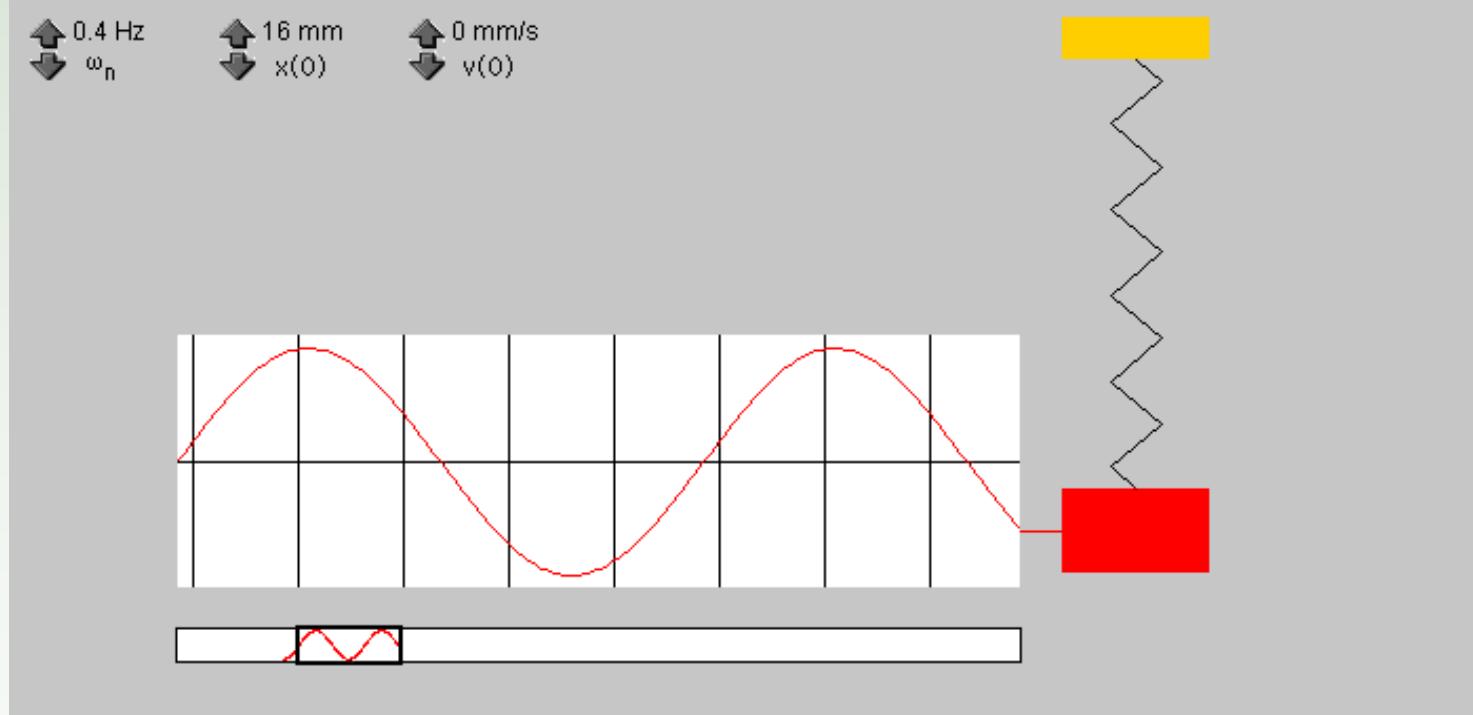
Mehanički parametri

Sistemi masa-opruga



Vibracije

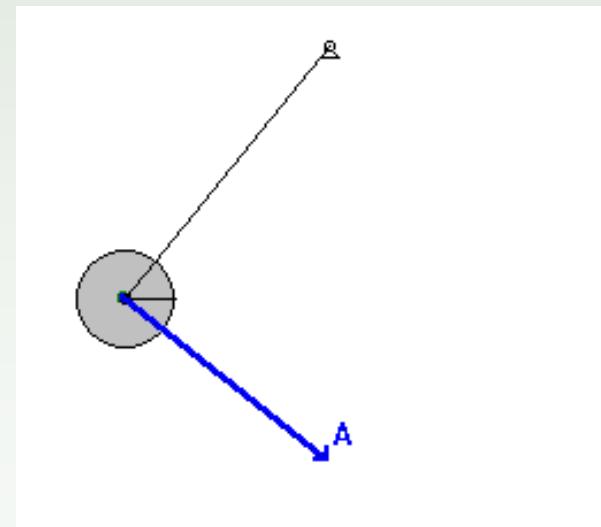
Vibracije su oscilatorna kretanja mehaničkih sistema, kod kojih su pomeranja tačaka sistema mala u poređenju sa dimenzijama sistema, a period oscilovanja znatno manji od vremena u kome se kretanje posmatra.

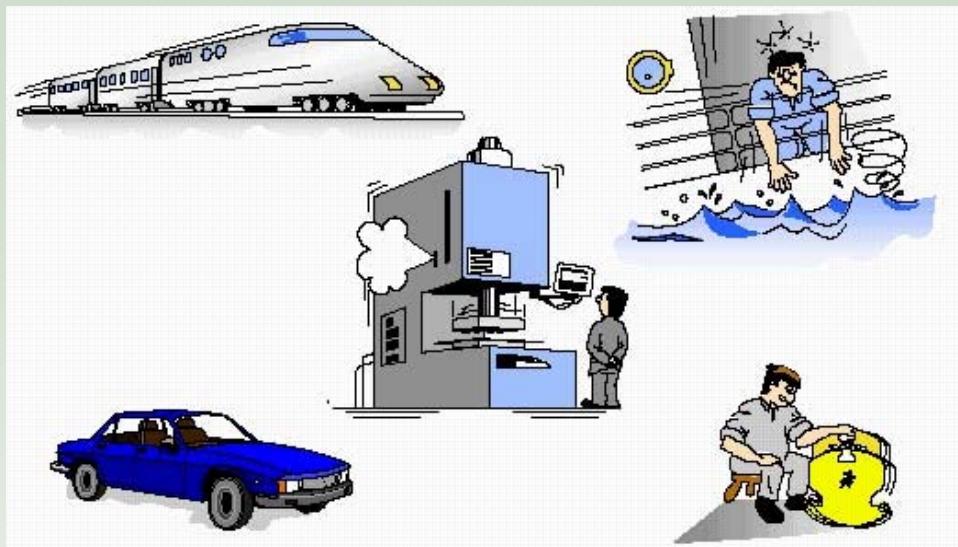


Oscilacije

Pod pojmom oscilacija podrazumeva se bilo koji periodičan dinamički proces, odnosno periodična promena nekog parametra sistema ili veličine u toku vremena

- ▶ Oscilacije cena.
- ▶ Oscilacije kursa.
- ▶ Oscilacije matematičkog klatna.
- ▶ Oscilacije čestica elastične sredine.
- ▶ Oscilacije vodostaja reka.
- ▶ Oscilacije amplitute npr. zvučnog pritiska.





Terminologija koja prati fenomen vibracija obrađena je međunarodnim standardom ISO 2041 i nacionalnim standardom JUS Z. PO. 001-005.

Mehanički sistem (*mechanical system*) je sistem definisanog oblika krutosti, elastičnosti i prigušenja.

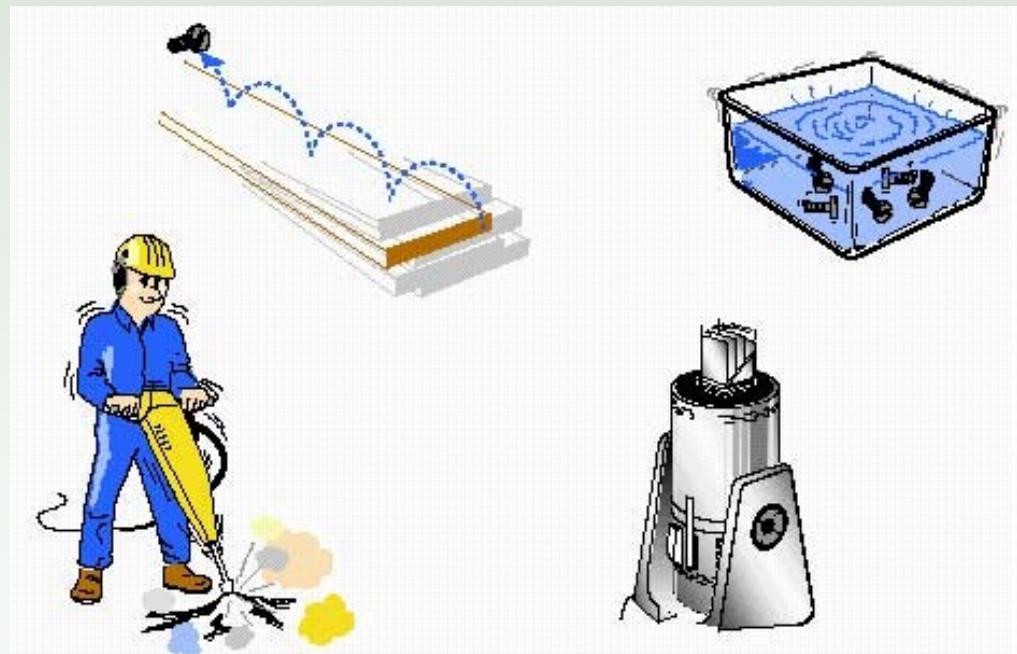
Spektar (*spectrum*), je opis neke veličine u domenu učestanosti. Po nekad se isti termin koristi ya prikay neke funkcije u domenu recipročne vrednosti učestanosti tj. Periode vibracija

Temelj (*foundation*), je struktura koja služi kao oslonac mehaničkom sistemu.



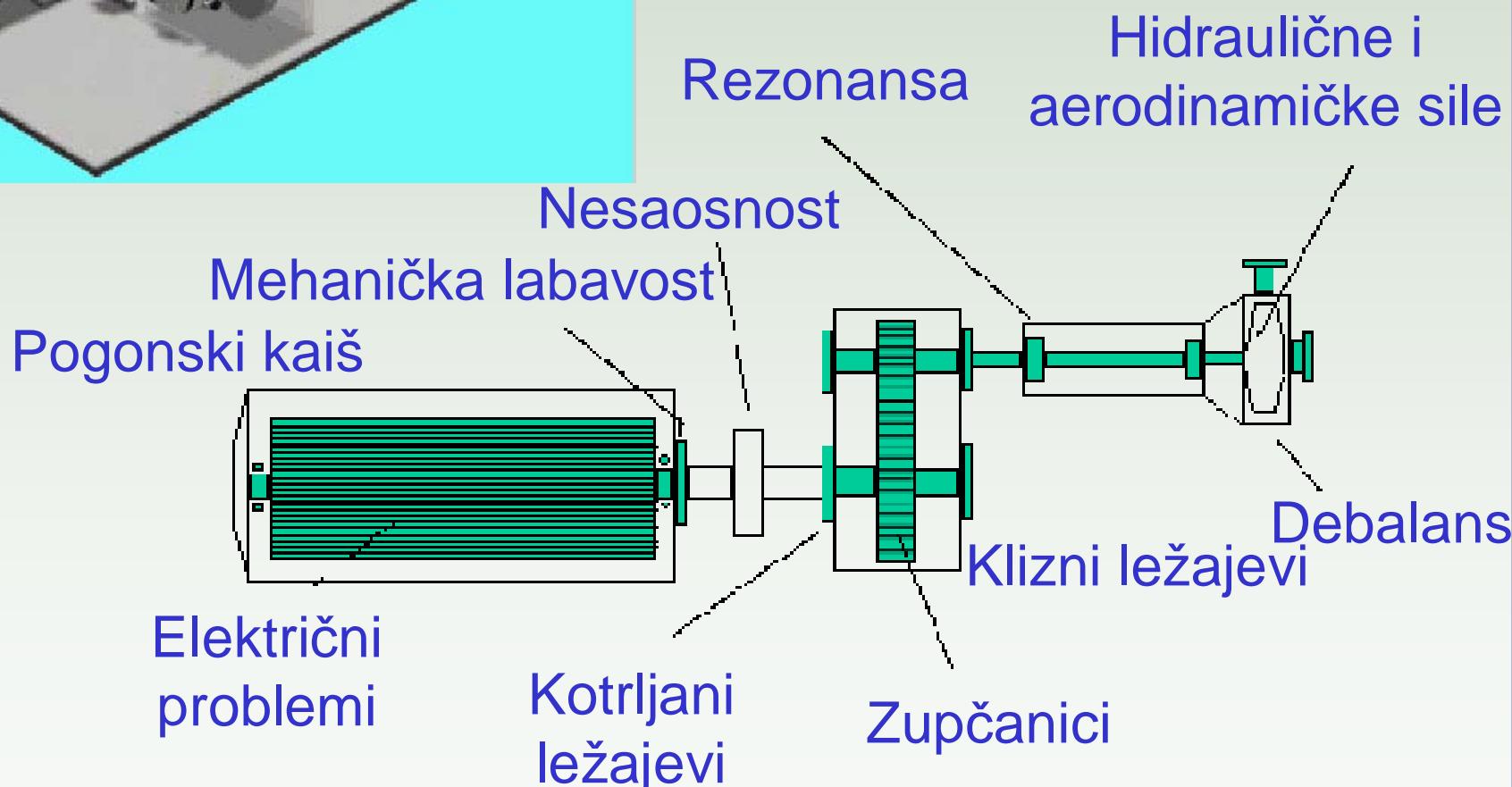
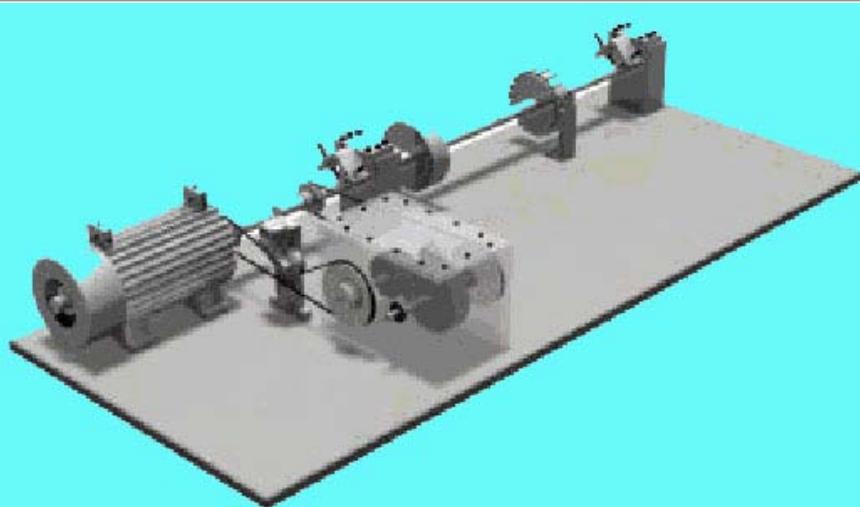
KORISNE VIBRACIJE

- Vibracioni kompaktori – nabijači betona
- Ručni vibracioni alati
- Ultrazvučne kade
- Mehanički čekići
- Vibracione platforme
- Vibro – test uređaji

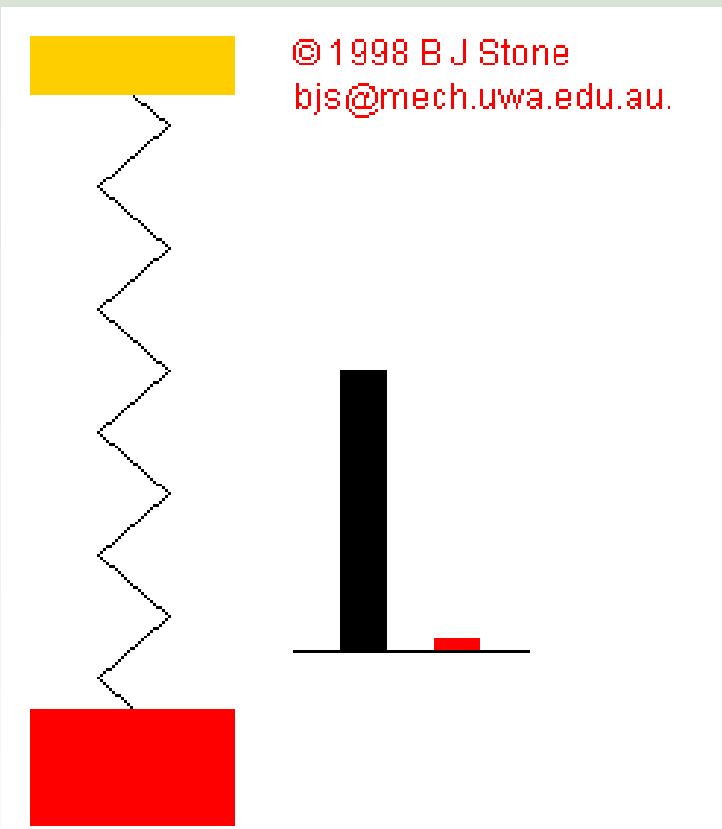


- ▶ Pod uticajem poremećajne prinudne sile koja može biti determinisana ili slučajna nastaju vibracije koje podrazumevaju oscilatorno kretanje krutog tela u odnosu na njegov ravnotežni položaj.
- ▶ Sve mašine koje imaju pokretnе elemente koji generišu sile za vreme normalnog rada mogu da dovedu do pojave vibracija.
- ▶ Promene kod mašina koje nastaju usled habanja delova, promena u radnom okruženju ili radnom opterećenju dovode do promene poremećajne sile odnosno vibracija.
- ▶ Vibracije se ne pojavljuju same od sebe – uvek postoji uzrok generisanja vibracija.



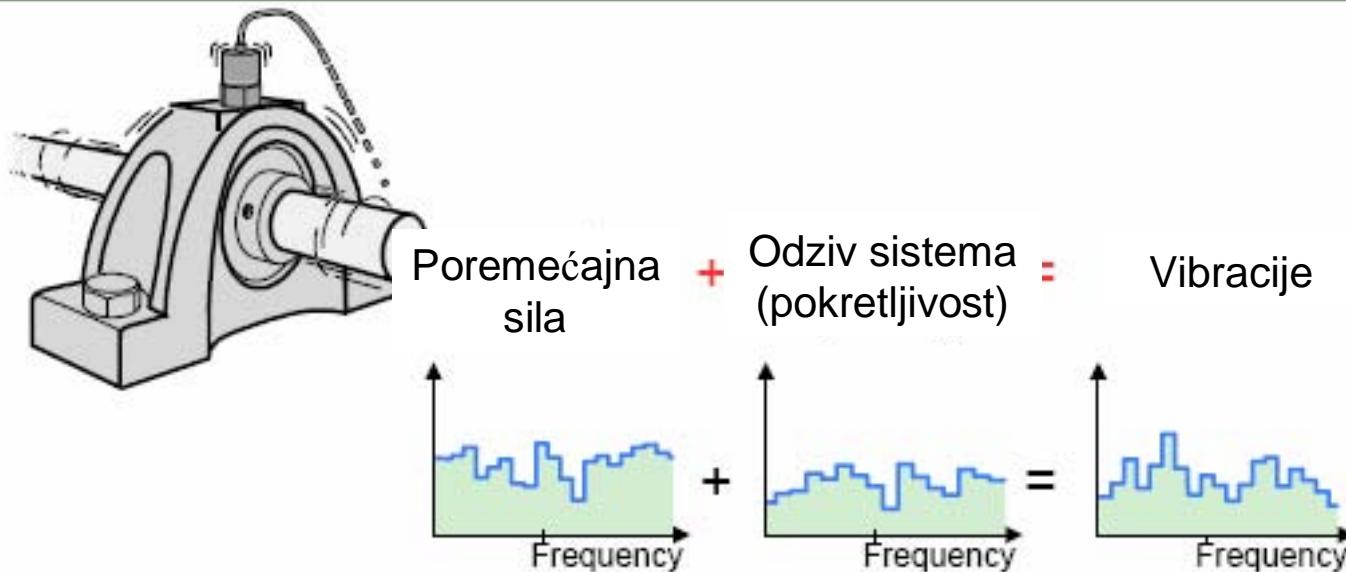


- ▶ Sistem usled dejstva sila može da vibrira ukoliko postoje uslovi za konvertovanje energije iz jednog u drugi oblik.
- ▶ Kod mehaničkog sistema reč je konvertovanju kinetičke energije kretanja u energiju koja se “skladišti” u opruzi, i obrnuto.
- ▶ Animacija prikazuje krutu masu vezanu preko opruge bez mase na čvrsti oslonac.
- ▶ Ukupna energija sistema je ista – konverte se kinetička energija mase (crveno) u energiju opruge (crno) i obrnuto.



© 1998 B J Stone
bjs@mech.uwa.edu.au.





- Sila uzrokovana:**
- debalansom
 - udarom
 - trenjem
 - zvukom

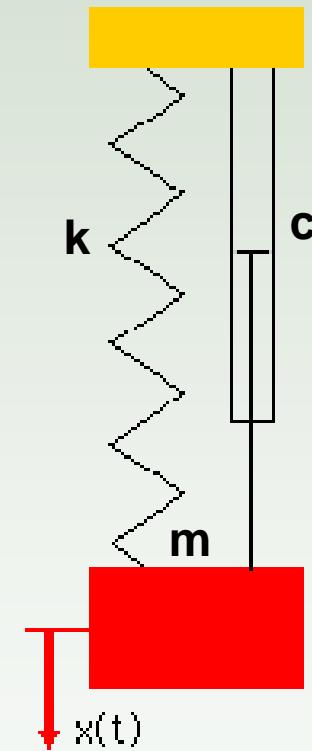
- Parametri sistema:**
- masa
 - krutost
 - prigušenje

- Parametri vibracija:**
- ubrzanje
 - brzina
 - pomeraj

► Sistem će reagovati na ulaznu (poremećajnu) silu određenim kretanjem, zavisno od parametra koji se naziva pokretljivost sistema. Poznavanje sile i pokretljivosti sistema omogućava izračunavanje vibracija.

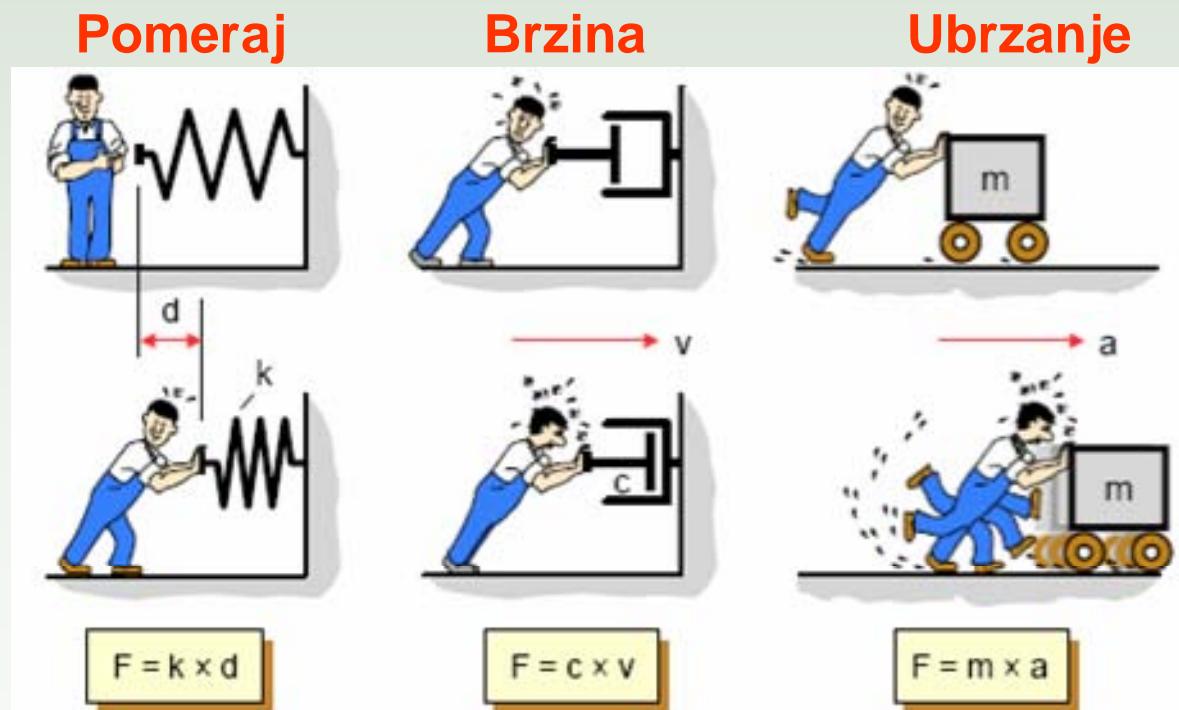


- ▶ Osnovne komponente mehaničkog sistema su masa, opruga i prigušivač.
- ▶ Masa m krutog tela koji osciluje izražava se u kg.
- ▶ Opruga se karakteriše krutošću k [N/m]. Krutost se definiše kao statička sila koja je potreba da dovede do jediničnog pomerenja opruge.
- ▶ Prigušivač se može zamisliti kao posuda sa viskoznom tečnošću u kojoj se kreće masa koja vibrira.
- ▶ Prigušivač se karakteriše konstantom prigušenja c [Nm/s] koja se definiše kao sila prigušenja po jedinici brzine.



► Delovanje silom na komponente sistema rezultira:

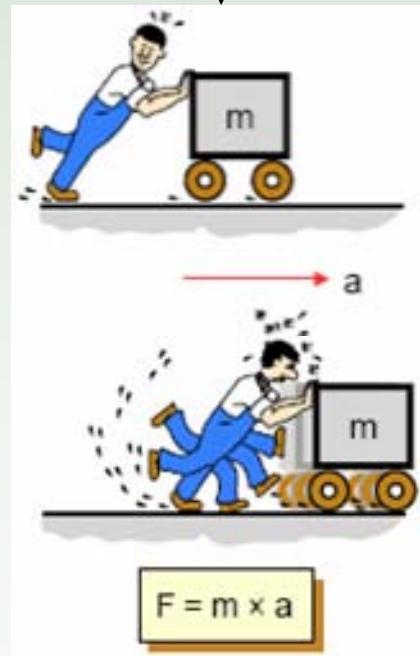
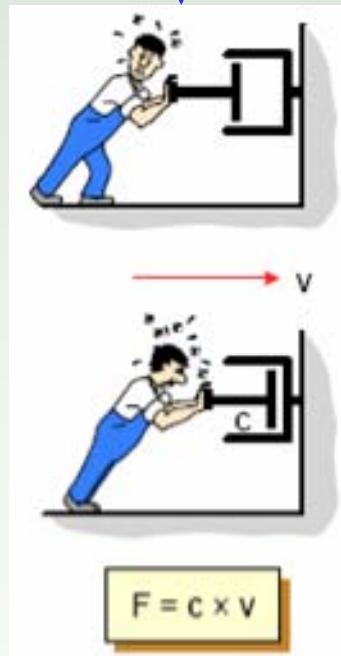
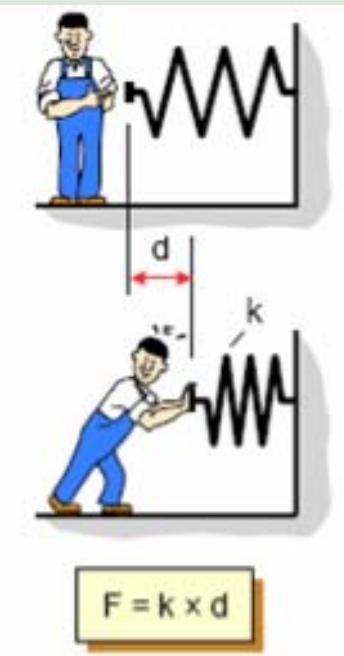
- ∅ ugibanjem opruge - pomeranje
- ∅ Promenom brzine u prigušivaču
- ∅ promenom ubrzanja mase

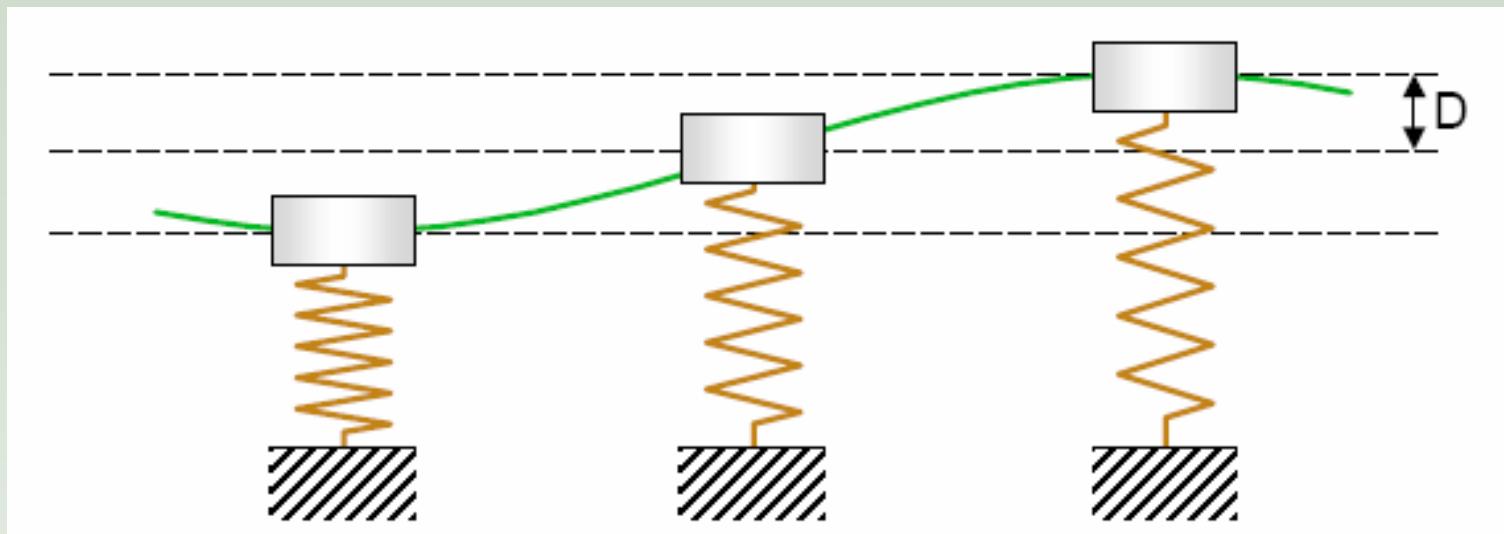


Nastajanje vibracija (+)

► Sile koje se javljaju pri oscilovanju mase mehaničkog sistema:

- \odot elastična sila opruge je proporcionalna pomeraju tela
- \oplus sila prigušenja je proporcionalna brzini kretanja tela
- \circlearrowleft inercijalna sila je proporcionalna ubrzanju

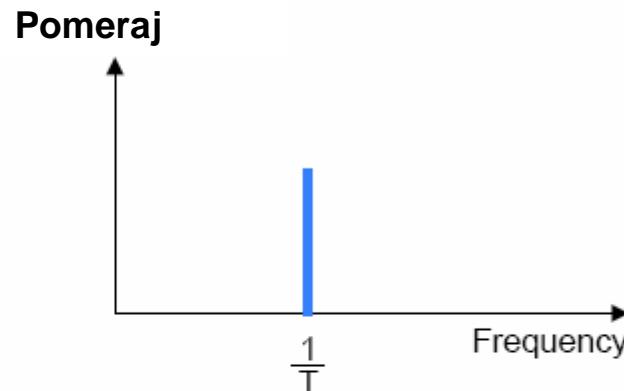
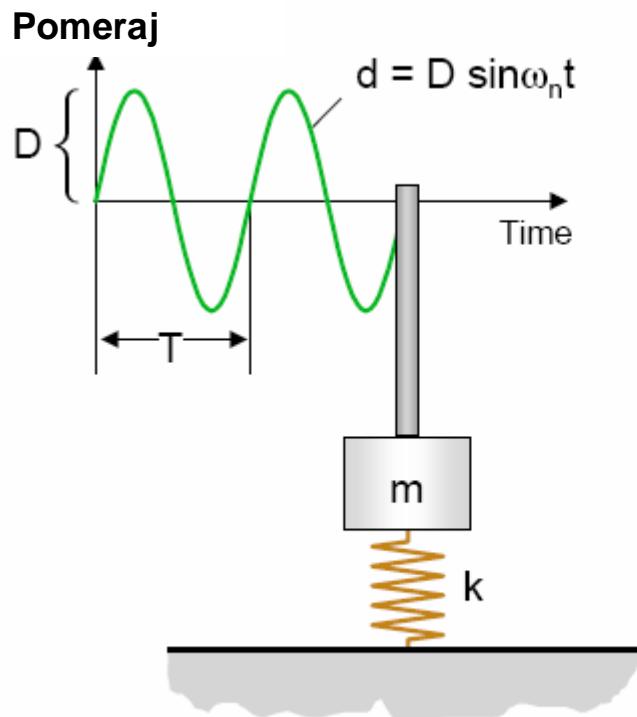




- ▶ Kada se sistem izvede iz ravnoteže (sabije se opruga) elastična sila teži da telo vrati u prvobitni položaj.
- ▶ Kada se to desi, pod dejstvom inercije tela (inercione sile) telo nastavlja da se kreće do trenutka kada je opruga maksimalno rastegnuta i kad elastična sila počinje ponovo da deluje ali u suprotnom pravcu.



Nastajanje vibracija (+)



Period, T_n in [sec]

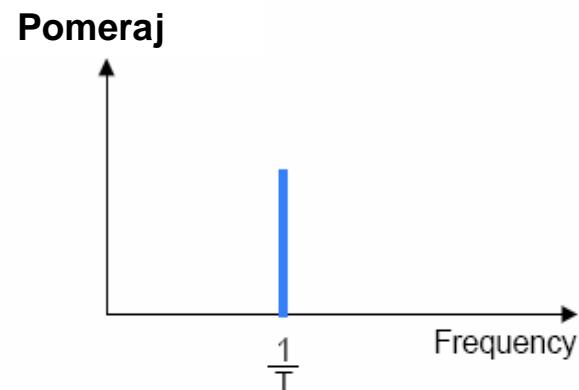
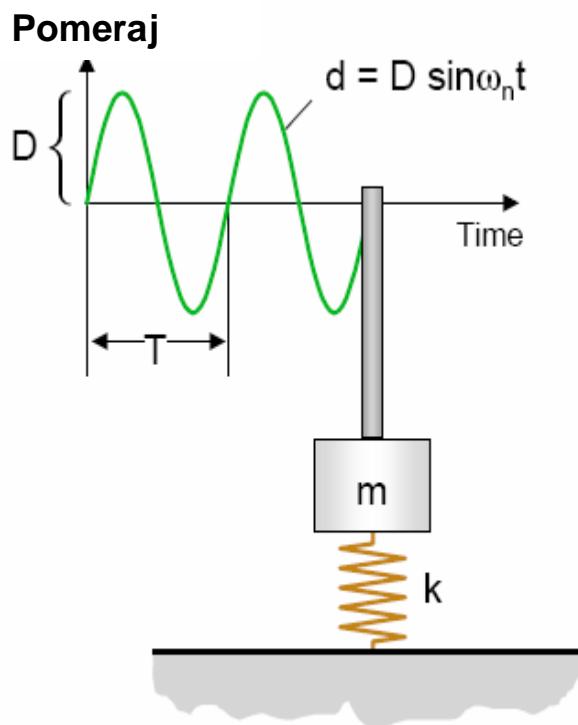
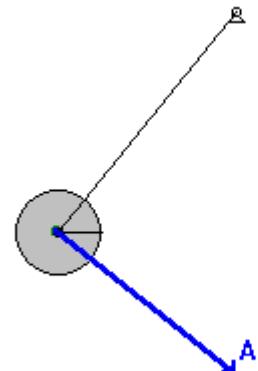
Sopstvena frekvencija, $f_n = \frac{1}{T_n}$ in [Hz = 1/sec]

$$\omega_n = 2 \pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- ▶ Proces se ponavlja što dovodi do oscilatornog kretanja tela na sopstvenoj frekvenciji sistema koja zavisi od osobina sistema - mase krutog tela i krutosti opruge.



Nastajanje vibracija (+)



Period, T_n in [sec]

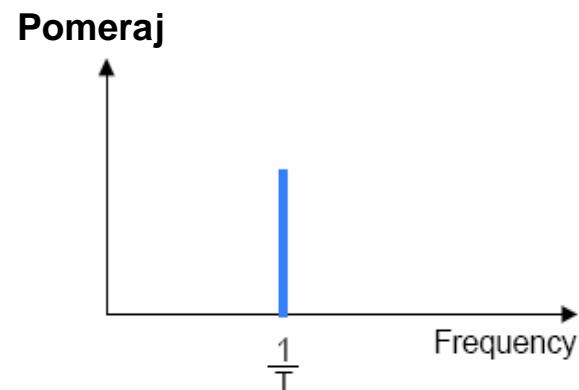
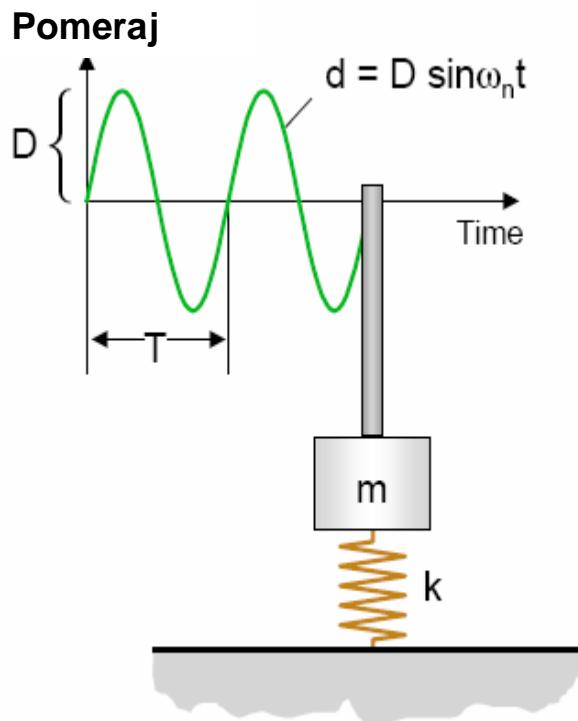
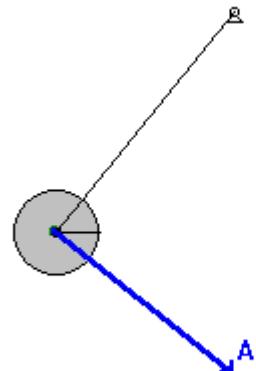
Sopstvena frekvencija $f_n = \frac{1}{T_n}$ in [Hz = 1/sec]

$$\omega_n = 2 \pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- ▶ Period oscilovanja predstavlja vreme koje je potrebno da sistem izvrši jednu punu oscilaciju.
- ▶ Frekvencija oscilovanja predstavlja broj izvršenih oscilacija u jedinici vremena.



Nastajanje vibracija (+)



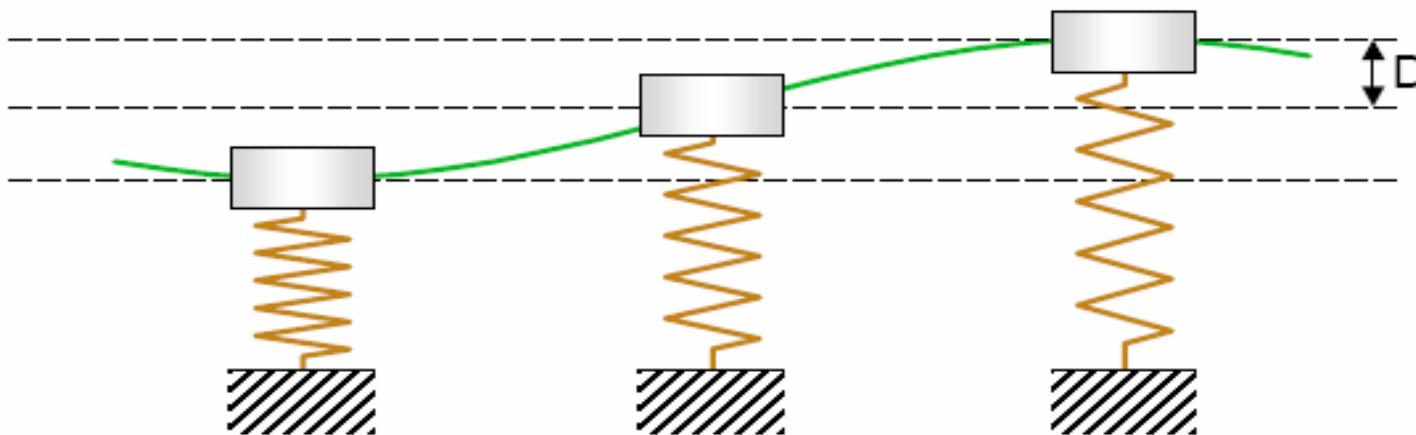
Period, T_n in [sec]

Sopstvena frekvencija $f_n = \frac{1}{T_n}$ in [Hz = 1/sec]

$$\omega_n = 2 \pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- ▶ Elongacija (pomeraj) predstavlja rastojanje materijalne tačke ili tele od ravnoteđnog položaja.
- ▶ Amplituda predstavlja maksimalni pomeraj kod prostoperiodičnog kretanja.





- ▶ Kada sistem masa-opruga osciluje energija sistema je ista ali u toku oscilovanja menja oblik iz kinetičke, kao posledicu kretanja tela, u potencijalnu, kao posledicu sabijanja i rastezanja opruge, i obrnuto.
- ▶ Kinetička energija je maksimalna u ravnotežnom položaju - potencijalna je nula.
- ▶ Na maksimalnom rastojanju od ravnotežnog položaja potencijalna energija je maksimalna a kinetička je jednaka nuli.

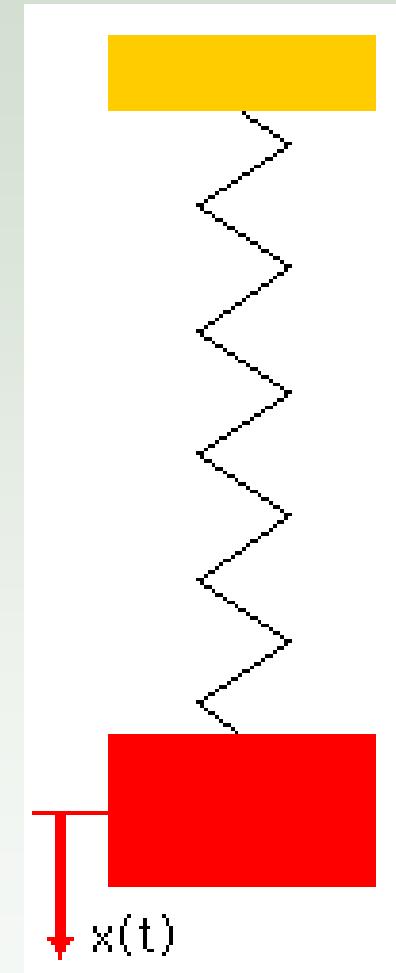


Uz zavisnosti od toga šta dovodi do vibracija postoje dve opšte klase vibracija:

- ⊕ Slobodne vibracije
- ⊕ Prinudne vibracije

Slobodne i prinudne vibracije mogu biti prigušene i neprigušene.

► **Slobodne vibracije** nastaju kada sistem osciluje oko ravnotežnog položaja pod dejstvom unutrašnjih sila – spoljašnje sile ne postoje.



- ▶ Slobodne vibracije nastaju kada se sistem izvede iz ravnotežnog položaja i pusti da osciluje.
- ▶ Sistem osciluje konstantnom amplitudom na jednoj frekvenciji - sopstvenoj frekvenciji.

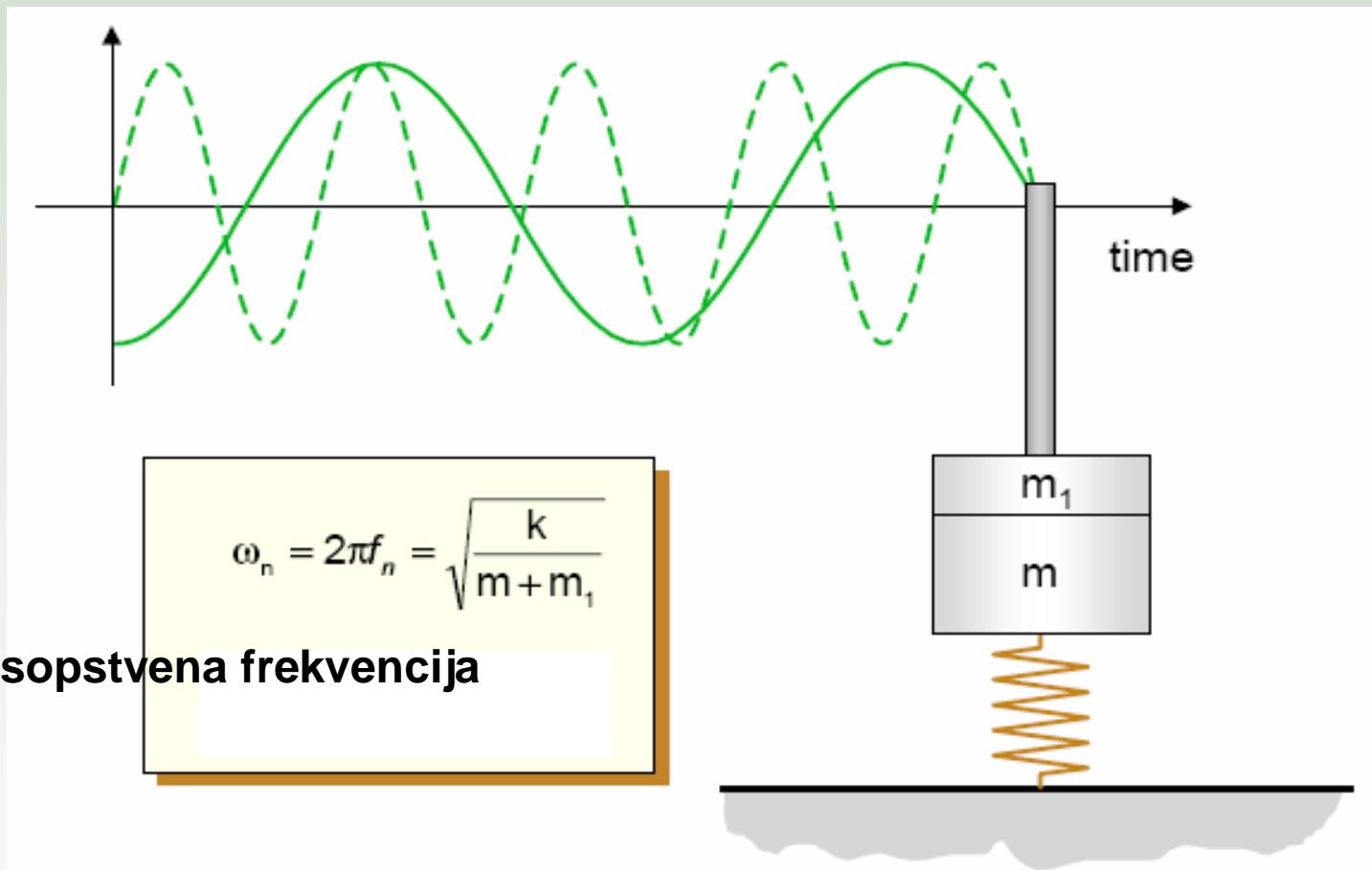
ω_n – sopstvena frekvencija

$x(0)$ – početni pomeraj

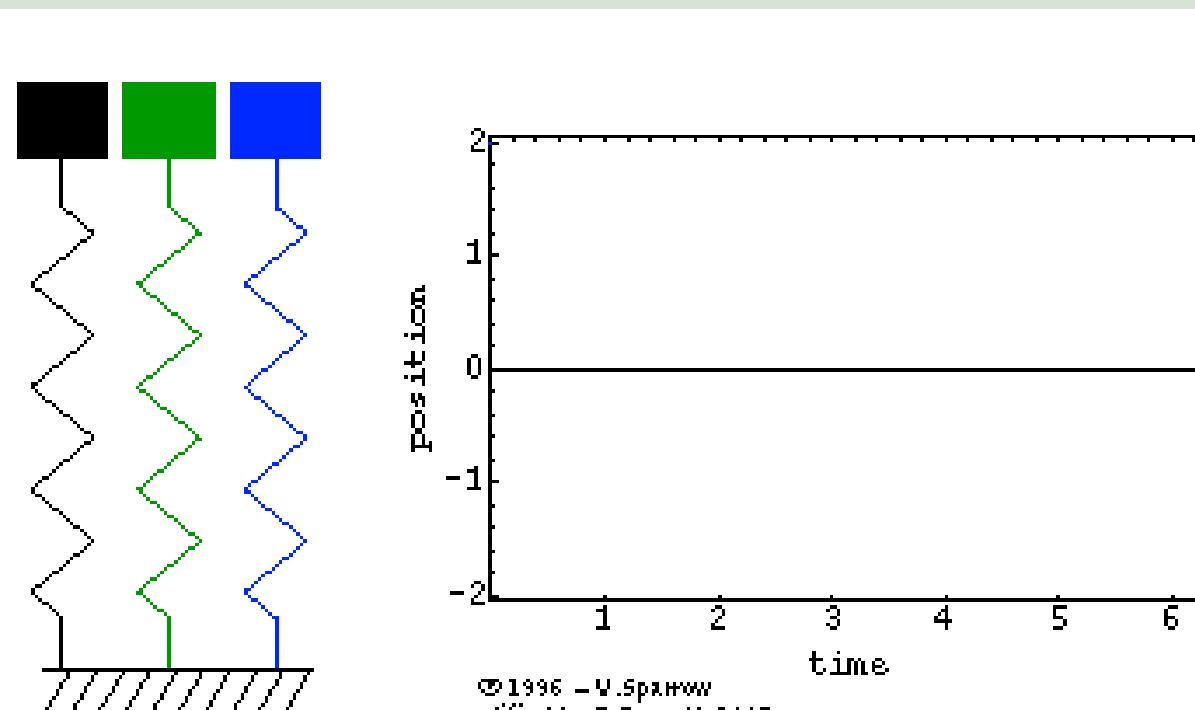
$v(0)$ – početna brzina



- ▶ Povećanje mase dovodi do povećanja perioda oscilovanja odnosno do smanjenja frekvencije. Amplituda ostaje ista.

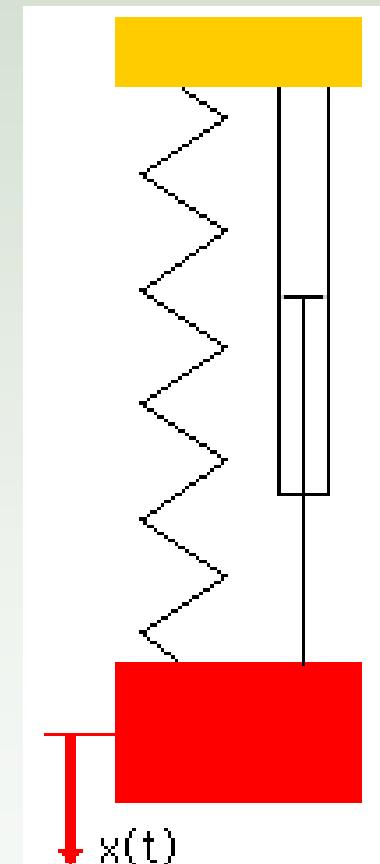


- ▶ Crno telo ima najveću masu - najmanju frekvenciju.
- ▶ Plavo telo ima najmanju masu - najveću frekvenciju.



- ▶ Ako u sistemu ne postoji prigušenje proces pretvaranja kinetičke u potencijalnu energiju se kontinualno ponavlja, vibracije su kontinualne i amplituda vibracija ostaje nepromenjena.

- ▶ Mehanizmi prigušenja (viskozno prigušenje, trenje ...) uzrokuju da se vibraciona energija nepovratno gubi npr. pretvaranjem u toplotnu energiju pri trenju.



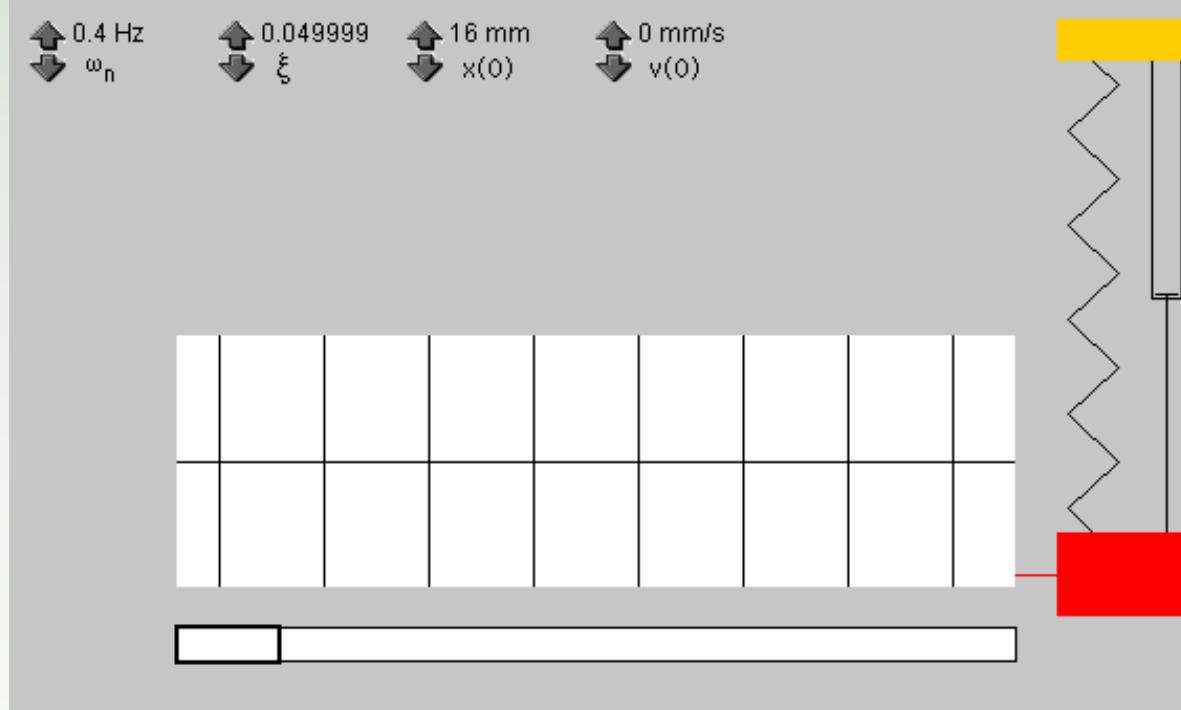
- Amplituda vibracija se smanjuje i nakon određenog vremena vibracije potpuno nestaju.
- Sistem vibrira frekvencijsom koja se neznatno razlikuje od sopstvene frekvencije neprigušenog sistema.

ω_n – sopstvena frekvencija

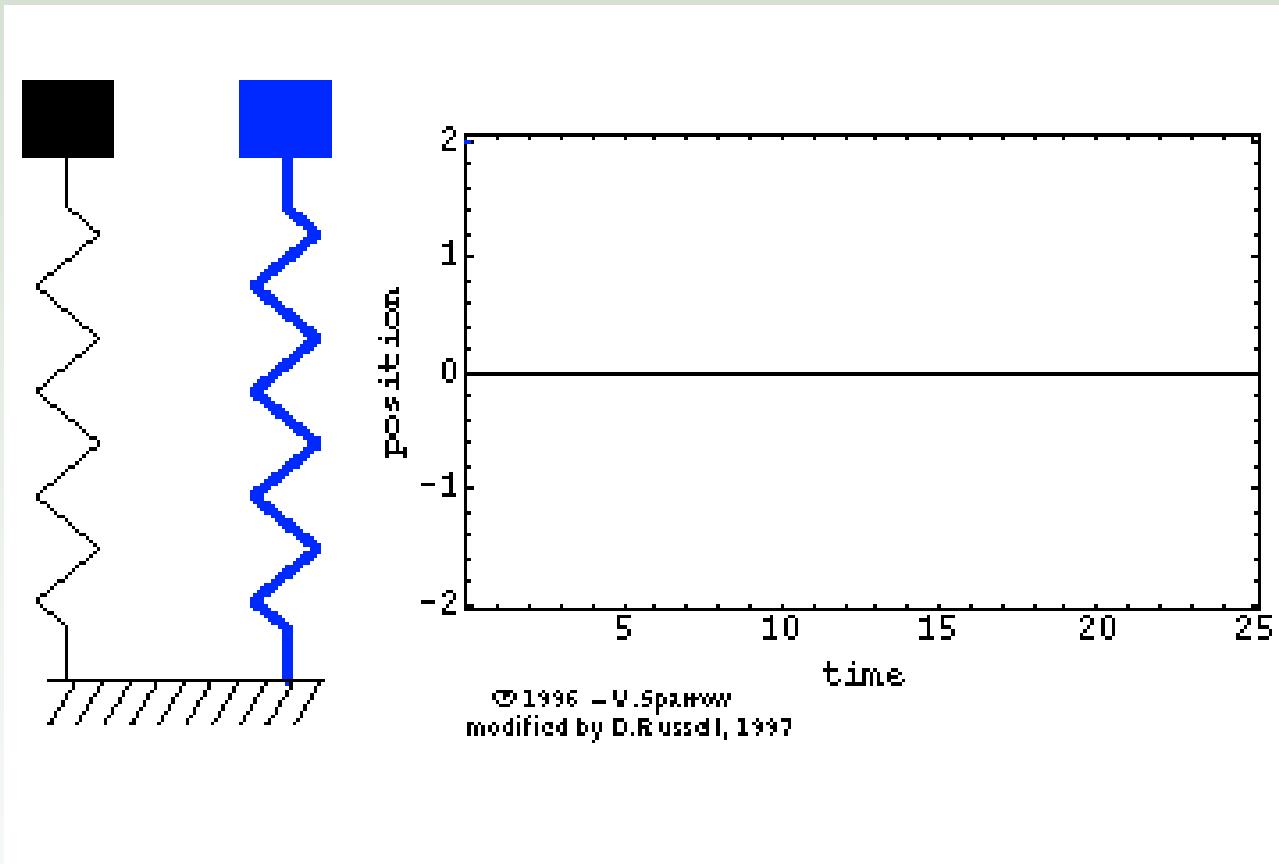
$x_{(0)}$ – početni pomeraj

$v_{(0)}$ – početna brzina

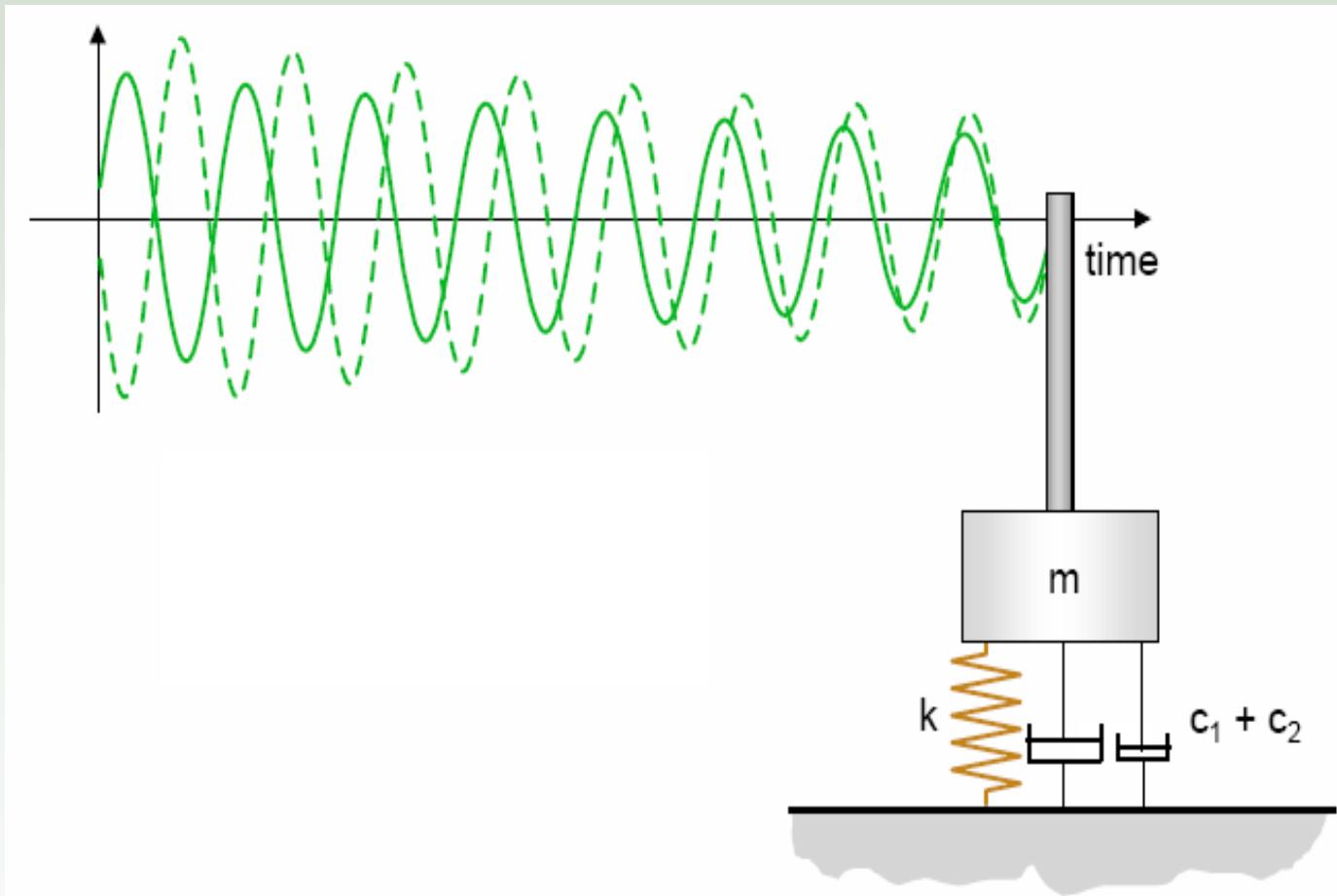
ξ – odnos prigušenja



- ▶ Prigušene i neprigušene slobodne oscilacije.

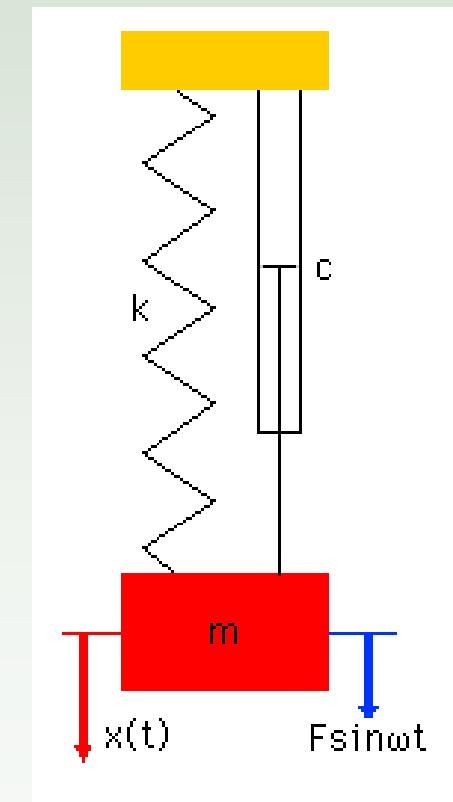
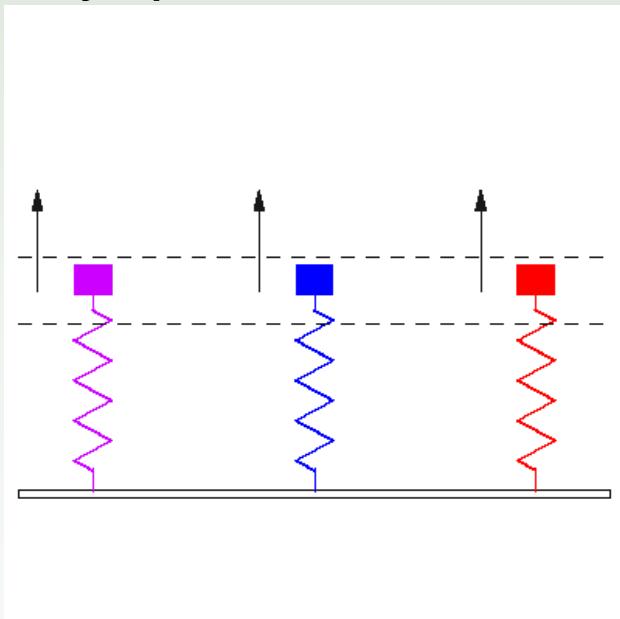


- ▶ Dodavanjem prigušivača smanjuje se amplituda oscilovanja sa vremenom i neznatno menja frekvenciju oscilovanja.



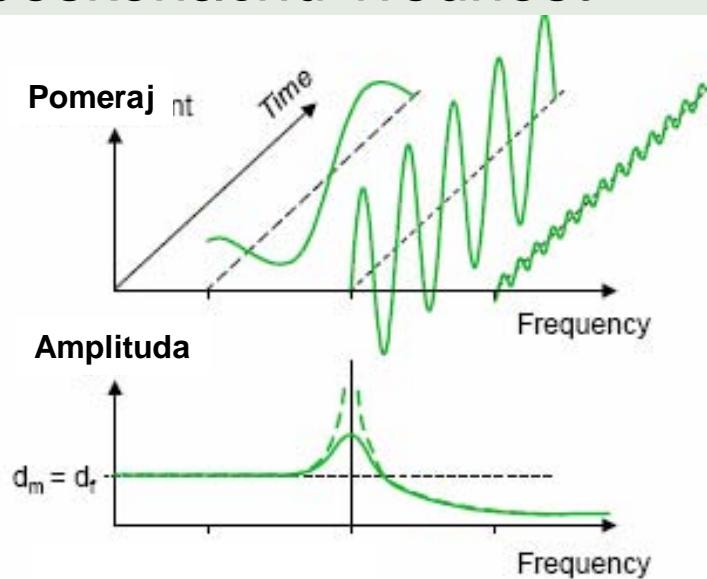
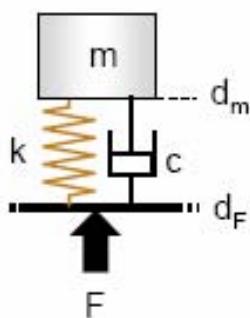
Nastajanje vibracija (+)

- ▶ Ako se kod sistema sa prigušenjem želi održavanje vibracija neophodno je primeniti spoljašnju silu koja će da nadoknadi gubitak energije usled prigušenja.
- ▶ Usled dejstva neke spoljašnje sile nastaju **prinudne vibracije**.
- ▶ Frekvencija oscilovanja sistema zavisi od frekvencije pobudne sile.



Nastajanje vibracija (+)

- Ukoliko se na sistem deluje spoljašnjom sinusoidalnom silom, sistem će pratiti silu, što znači da će kretanje sistema imati istu frekvenciju kao i spoljna sila.
- Za frekvencije koje su manje od sopstvene frekvencije, amplituda vibracionog sistema će se povećavati sa porastom frekvencije prinudne sile. Maksimum se postiže na sopstvenoj frekvenciji. Ukoliko u sistemu ne postoji prigušivač ($c=0$), amplituda dostiže beskonačnu vrednost.



- ▶ Ako se frekvencija pobude poklopi sa sopstvenom frekvencijom sistema dolazi do rezonanse i opasnih vibracija.



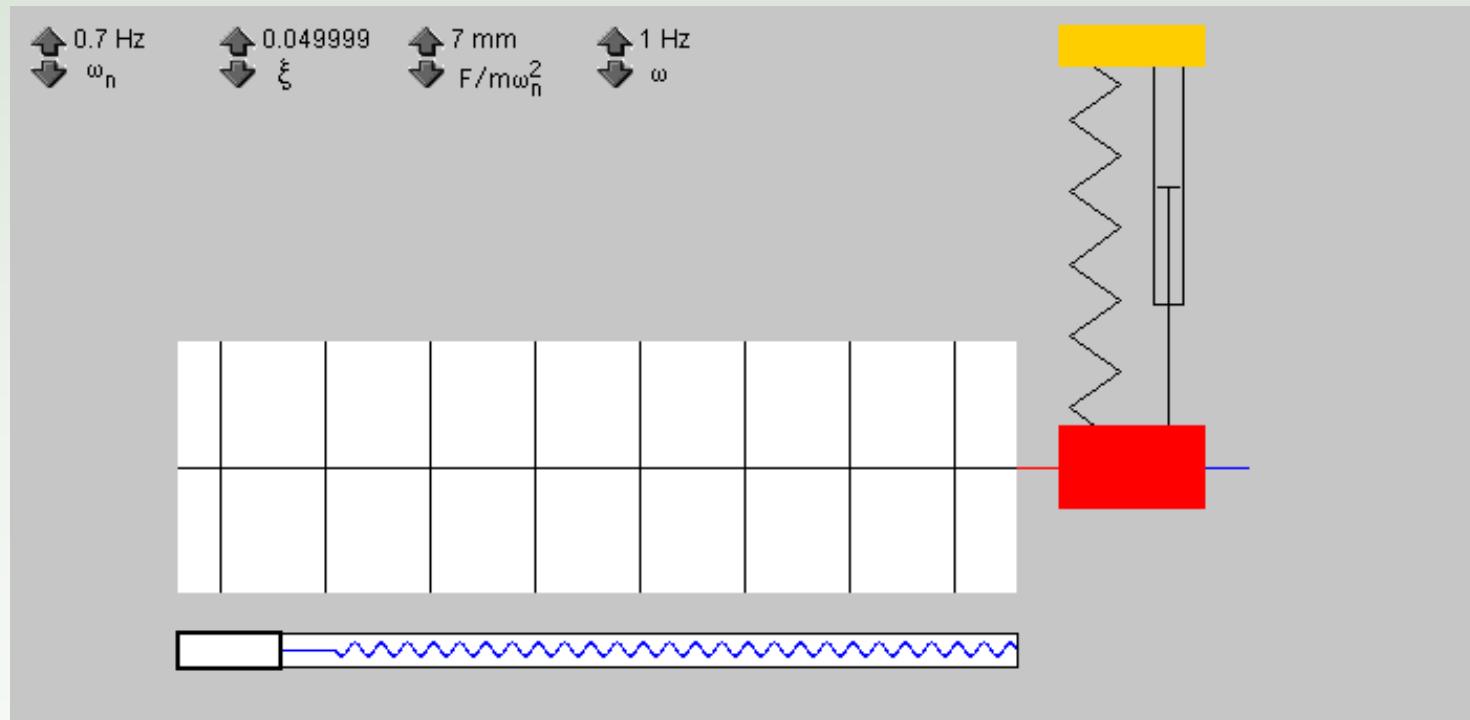
► Prinudne vibracije – animacija.

ω_n – sopstvena frekvencija

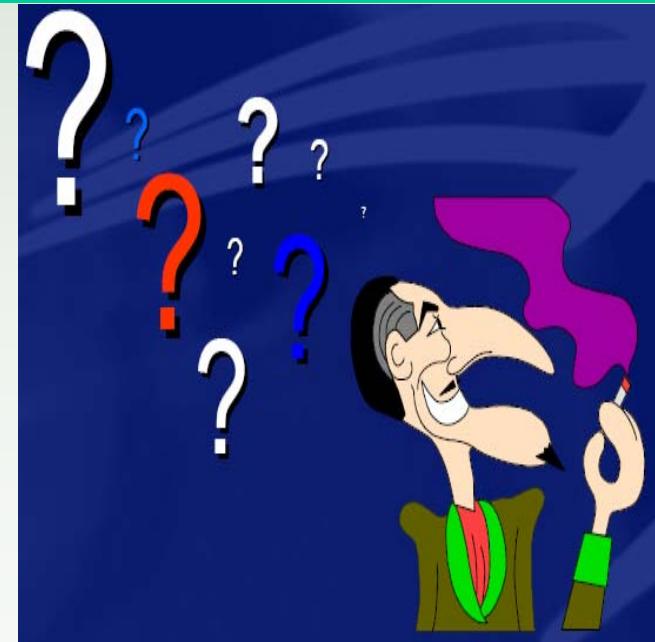
ξ – odnos prigušenja

ω – prinudna frekvencija

F – prinudna sila

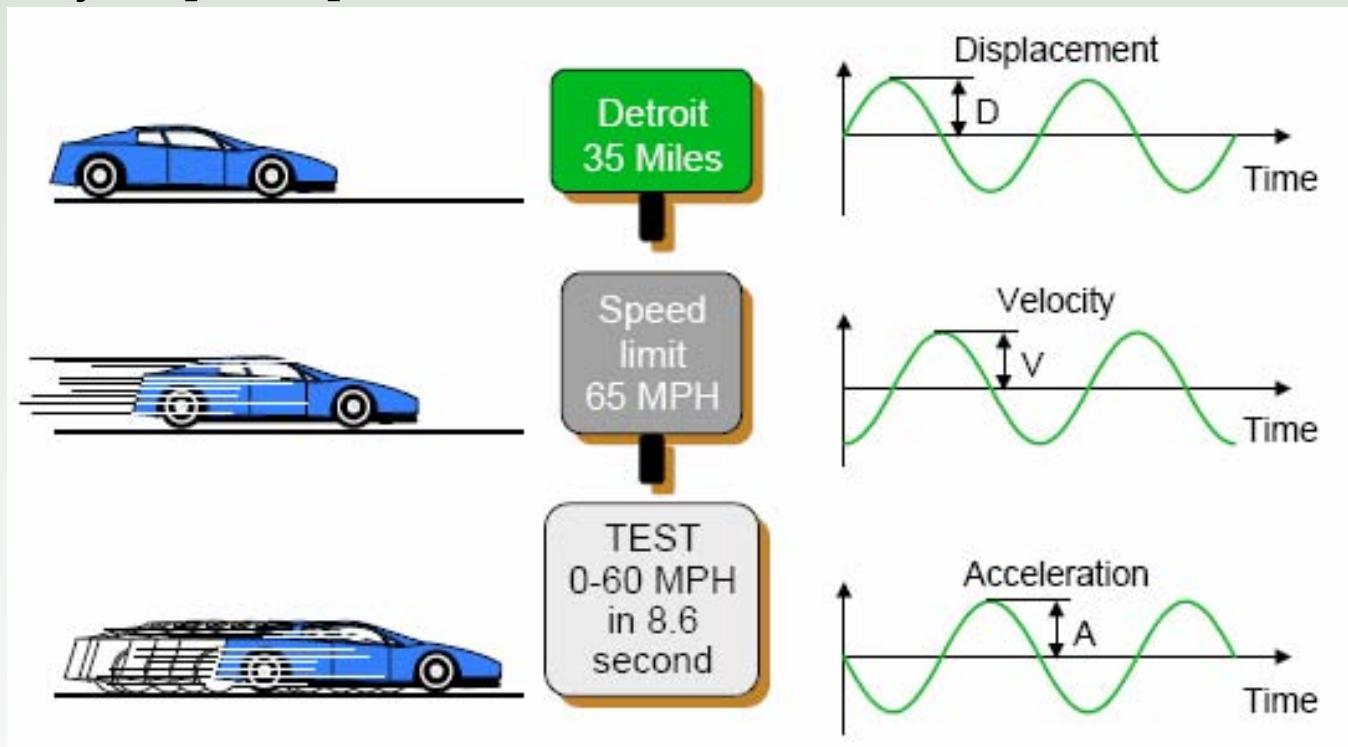


1. Vibracije i oscilacije.
2. Izvori vibracija.
3. Mehanički sistem i komponente.
4. Sile koje se javljaju pri oscilovanju.
5. Karakteristične veličine oscilacija.
6. Klase vibracija



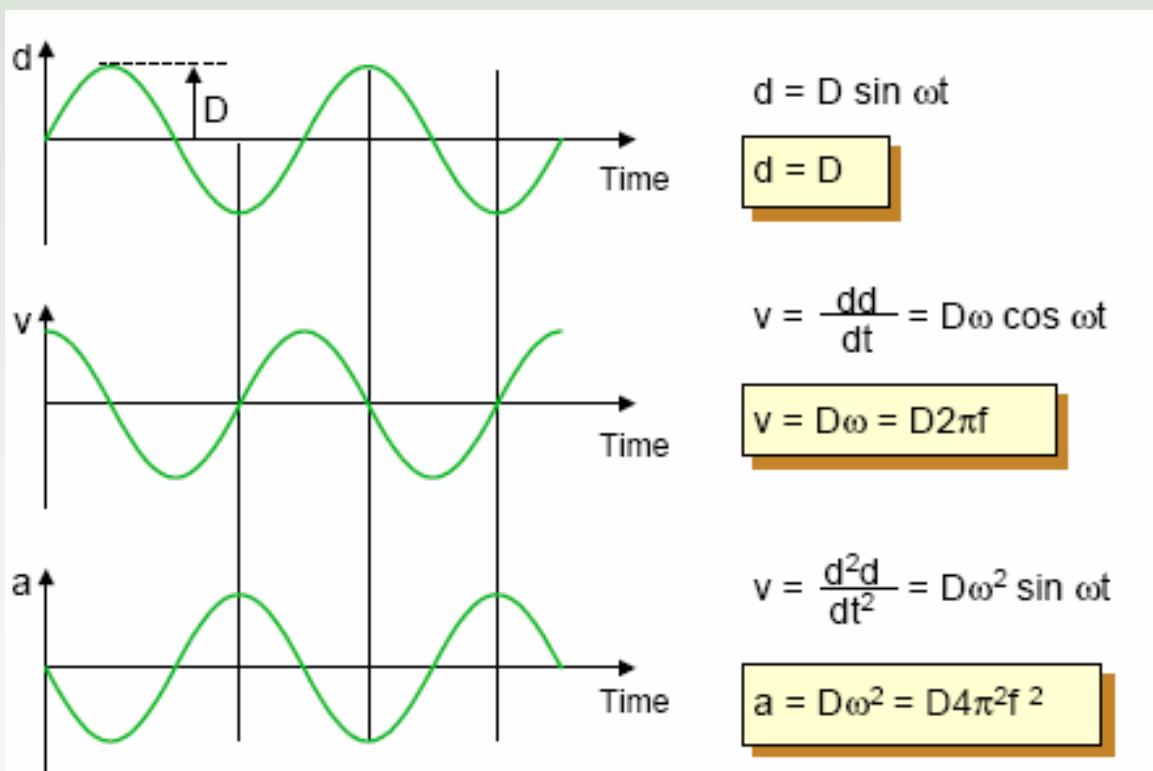
► Osnovne veličine koje se koriste za merenje i opisivanje vibracija su:

- ∅ pomeraj $d[m]$
- ⊕ brzina $v[m/s]$
- ⊕ ubrzanje $a[m/s^2]$



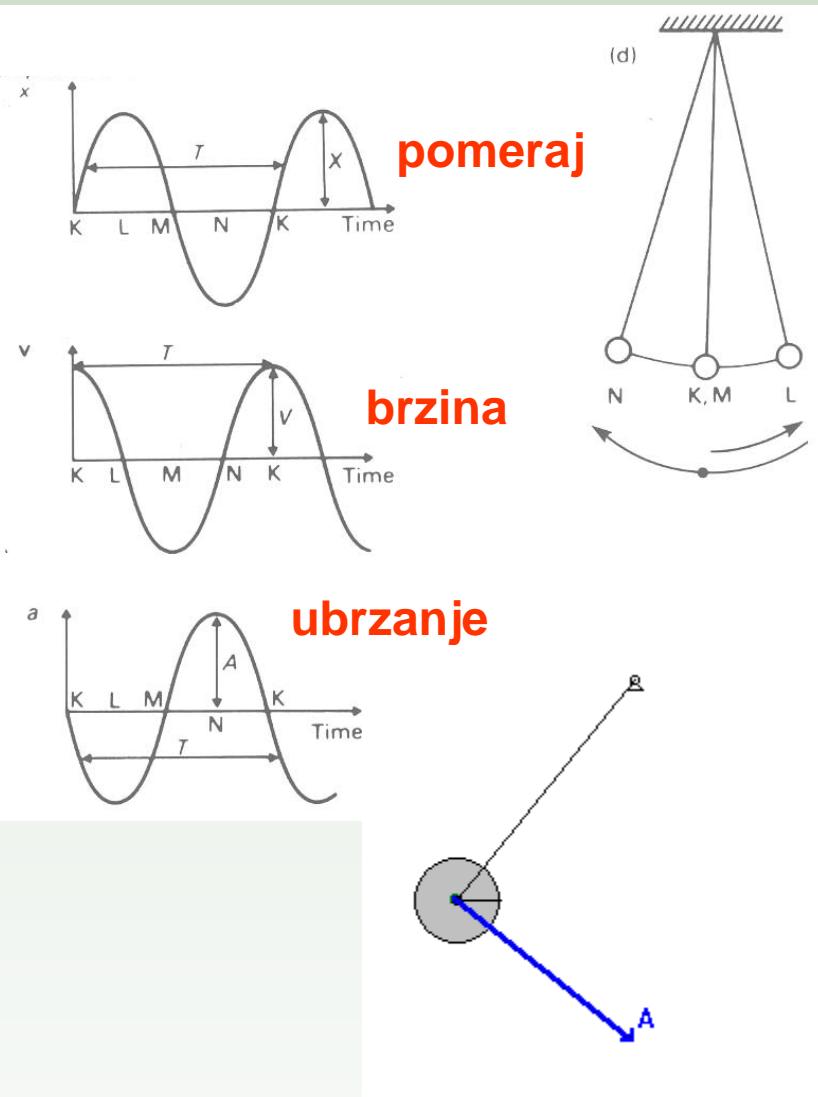
Osnovne veličine vibracija (+)

- ▶ Tri veličine su usko povezane. Ako se posmatra harmonijsko kretanje oblik i period signala ostaju isti za sve tri veličine.
- ▶ Osnovna razlika je u postojanju fazne razlike između amplitudno-vremenskih karakteristika ova tri parametra.



Osnovne veličine vibracija (+)

► Objašnjenje fazne razlike kod prostog harmonijskog kretanja.

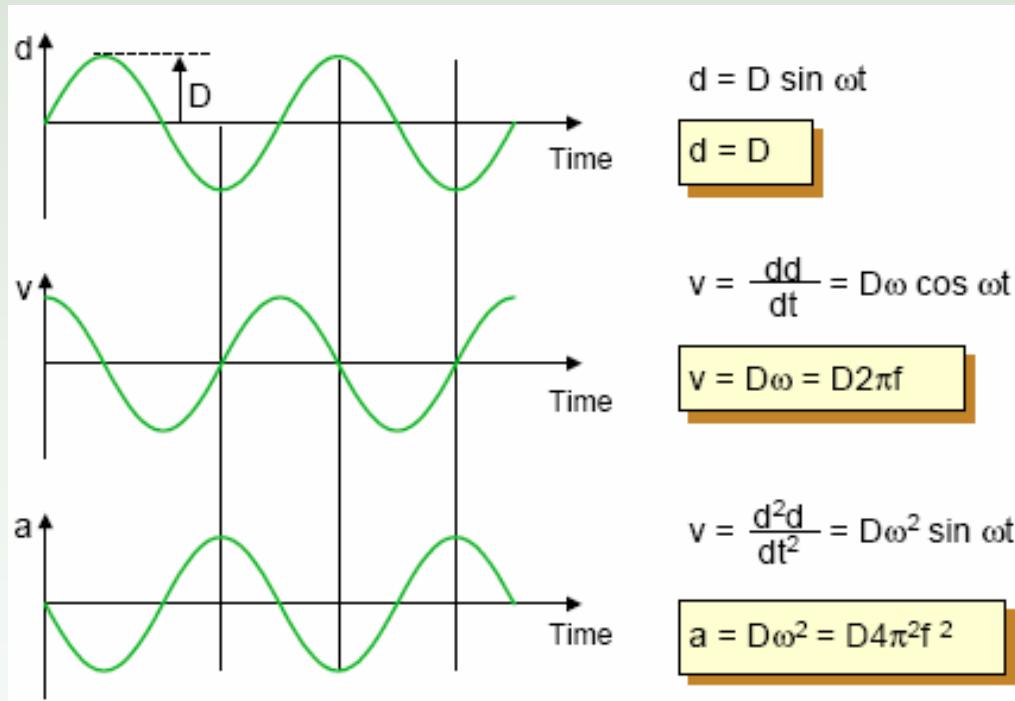


- K: pomeraj nula, brzina max, ubrzanje nula
- K-L: pomeraj raste, brzina opada, ubrzanje negativo (usporenje) raste
- L: pomeraj max, brzina nula, usporenje max
- L-M: pomeraj se smanjuje, brzina se povećava u drugom smeru, usporenje opada
- M: pomeraj nula, brzina max u drugom smeru, ubrzanje nula
- M-N: pomeraj raste, brzina opada, ubrzanje raste
- N: pomeraj max, brzina nula, ubrzanje max
- N-K: pomeraj se smanjuje, brzina se povećava, ubrzanje opada



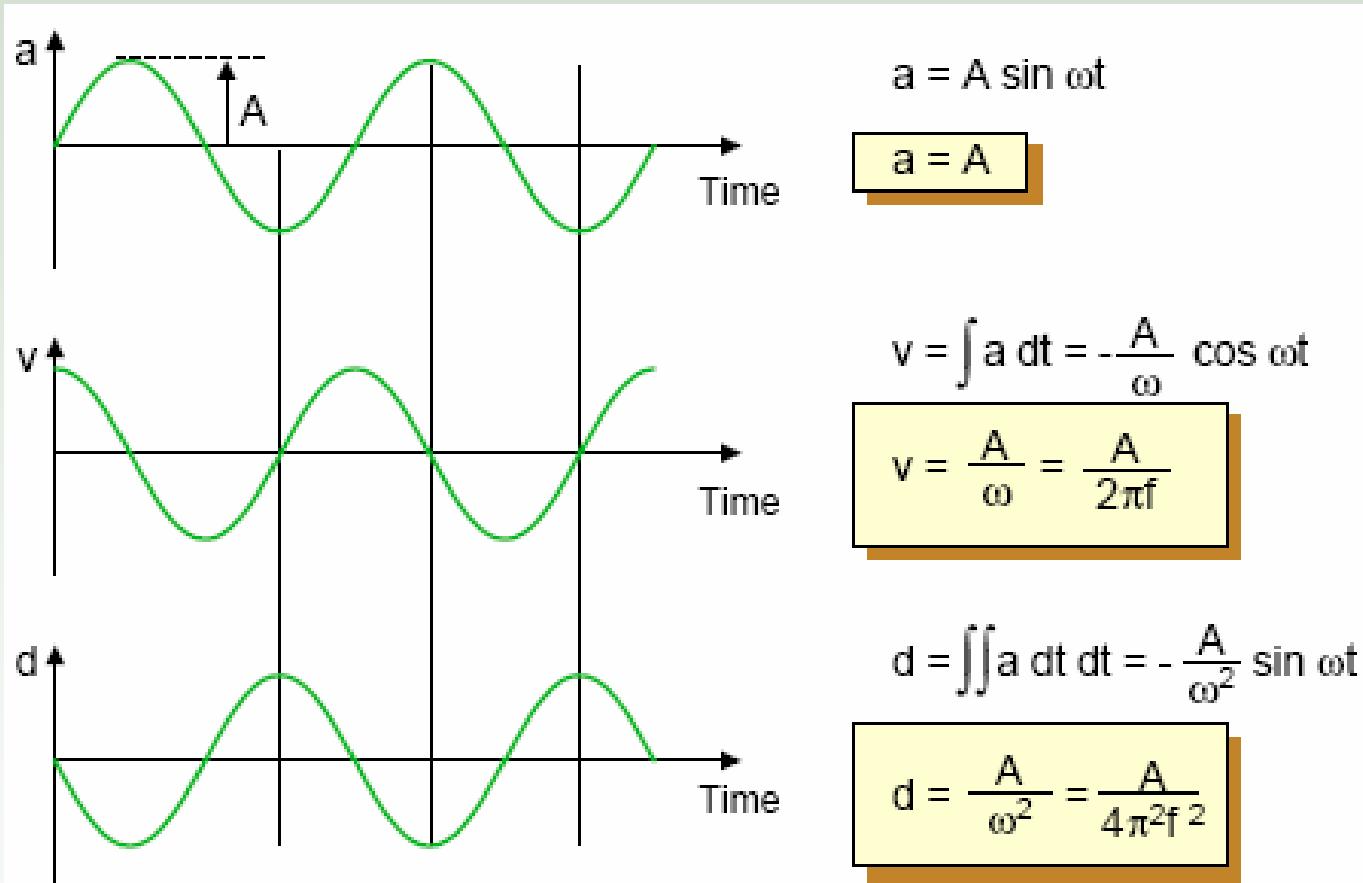
Osnovne veličine vibracija (+)

- Ukoliko je signal pomeraja poznat, ostali parametri mogu se odrediti jednostrukim ili dvostrukim diferenciranjem ovog signala.
- Ako se fazna razlika ignoriše (kao što je uobičajeno), brojne vrednosti brzine i ubrzanja mogu se odrediti jednostavnim množenjem, kao što je prikazano uokvirenim izrazima.



Osnovne veličine vibracija (+)

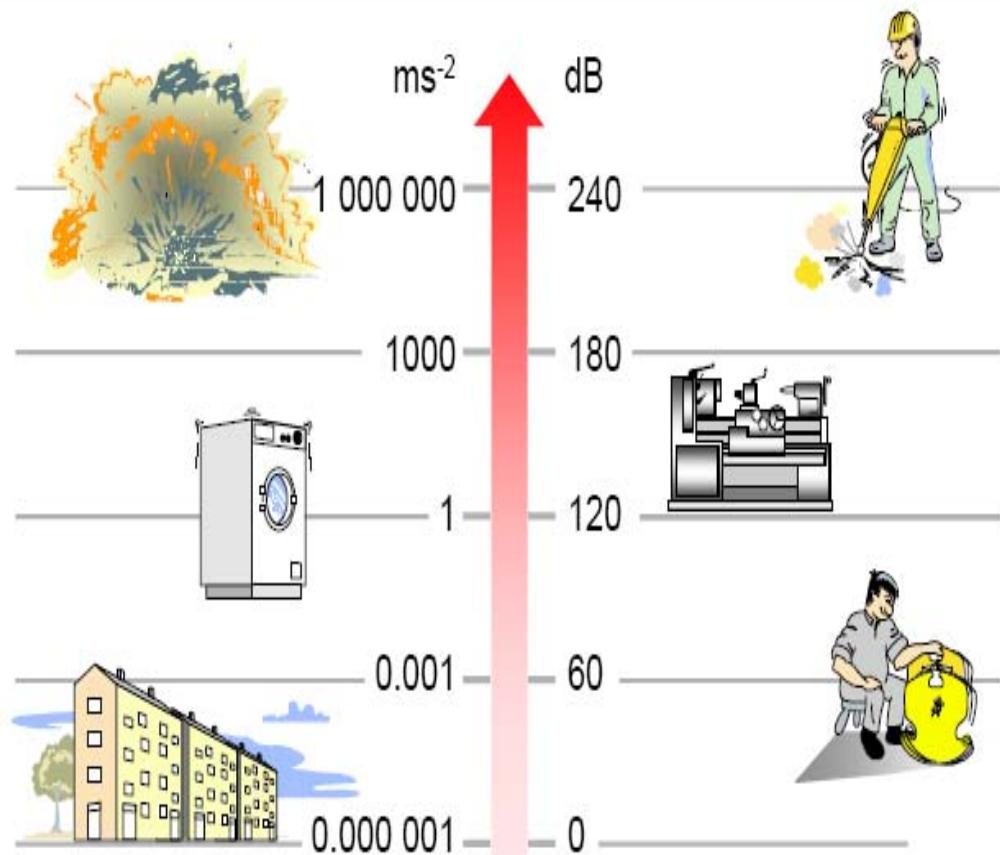
- Ukoliko je parametar koji se poznaje ubrzanje, druga dva parametra mogu se jednostavno odrediti jednostrukim ili dvostrukim integraljenjem signala ubrzanja.



Nivo vibracija (+)

► Nivo veličina za opisivanje vibracije se definiše kao:

$$L_a = 20 \log \frac{a}{a_0} \quad L_v = 20 \log \frac{v}{v_0} \quad L_\xi = 20 \log \frac{\xi}{\xi_0}$$



Jedinica za nivo je dB.

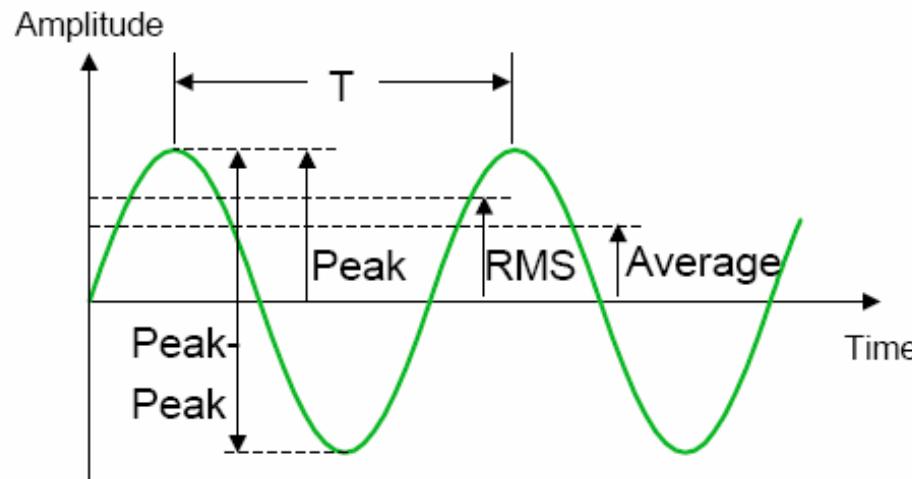
$$a_0 = 10^{-6} [\text{m/s}^2] = 1 [\mu\text{m/s}^2]$$

$$v_0 = 10^{-9} [\text{m/s}] = 1 [\text{nm/s}]$$

$$\xi_0 = 10^{-12} [\text{m}] = 1 [\text{pm}]$$

Referentne vrednosti





$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

Efektivna vrednost
RMS

$$\text{Average} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

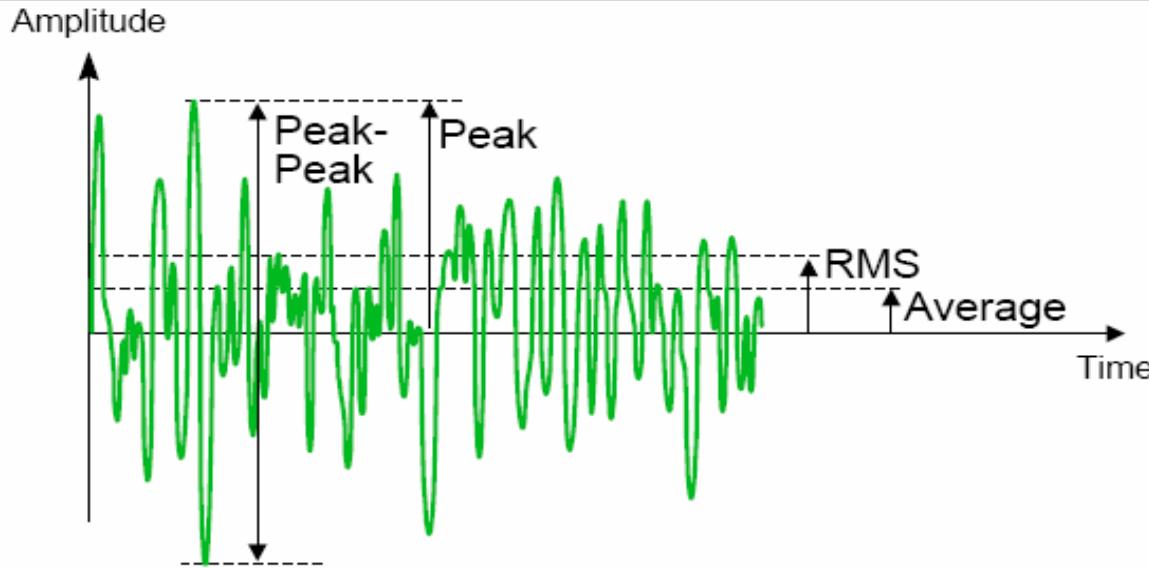
Srednja
vrednost

$$\text{Crest Factor : } \frac{\text{Peak}}{\text{RMS}}$$

Krest faktor

- ▶ Signal vibracionih veličina (a, v ili d) može se opisati različitim fizičkim veličinama.
- ▶ “PEAK” and “PEAK-PEAK” vrednosti se često koriste jer one opisuju maksimalno odstupanje od ravnotežnog položaja.





$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

Efektivna vrednost
RMS

$$Average = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

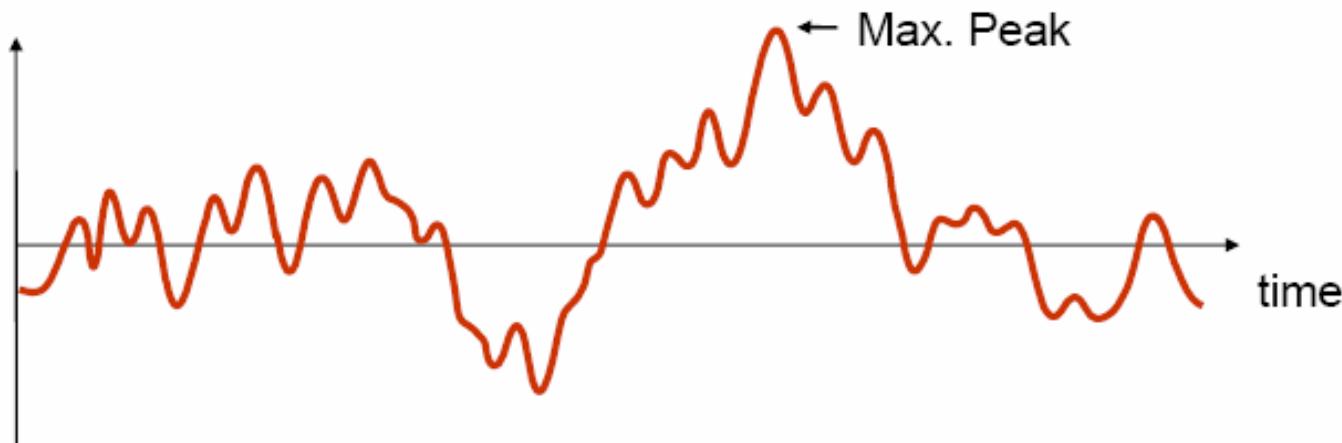
Srednja
vrednost

$$\text{Crest Factor : } \frac{\text{Peak}}{\text{RMS}}$$

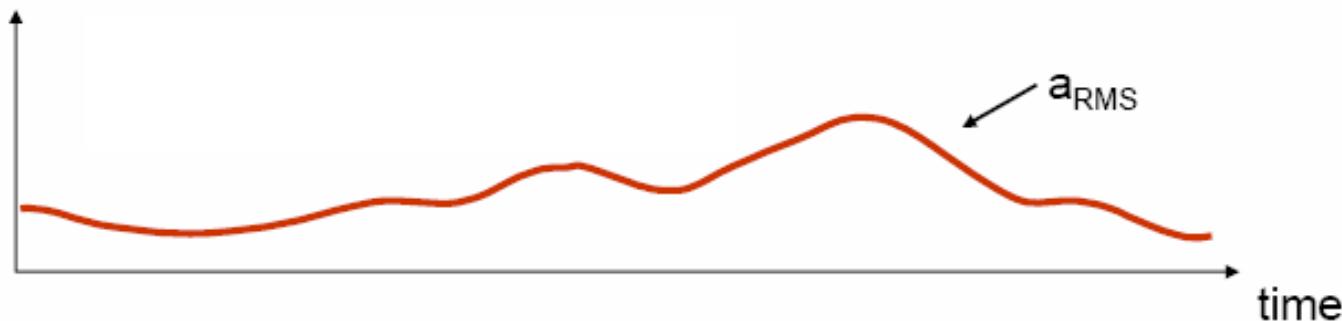
Krest faktor

- ▶ RMS ili efektivna vrednost je dobar deskriptor jer opisuje energetski sadržaj vibracionog signala.
- ▶ Isti deskriptori se koriste i za čisto prostoperiodične signale i za signale sa više prostoperiodičnih komponenti.



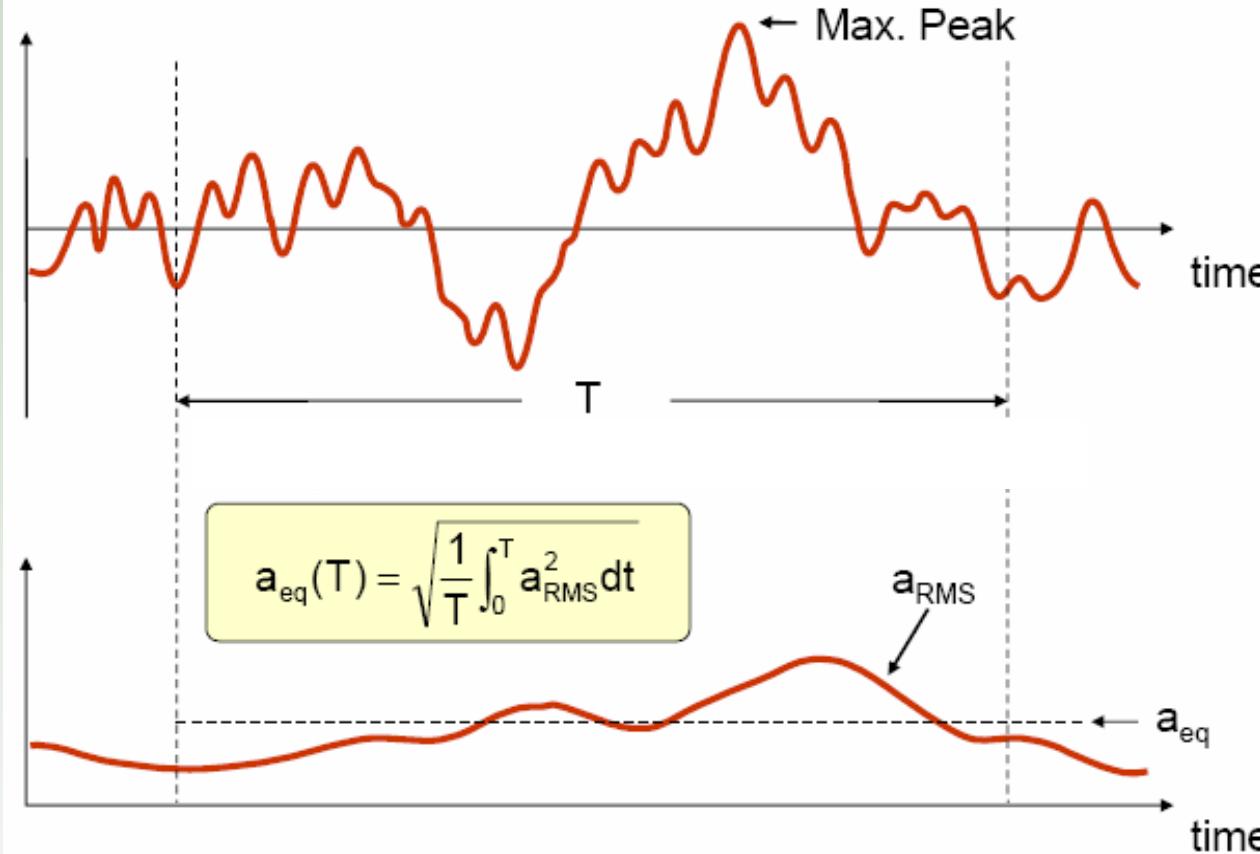


Root Mean Square (RMS):



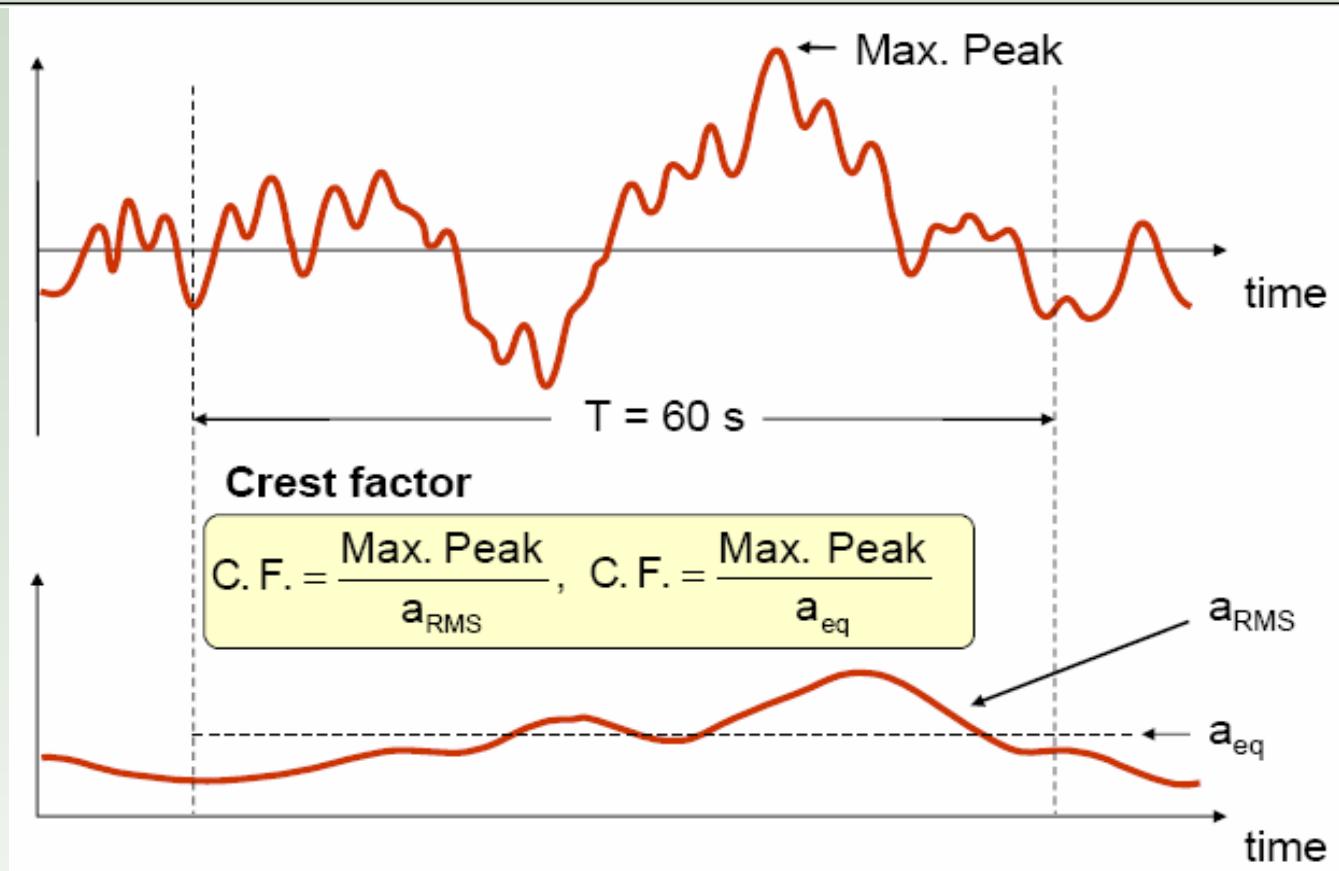
- ▶ RMS vrednost definiše srednju vrednost energije signala i određuje se korišćenjem dve vremenske konstante: fast (1/8s) i slow (1s).





- ▶ Ekvivalentna vrednost ubrzanja a_{eq} - konstantna vrednost ubrzanja koja u nekom vremenskom intervalu T ima istu vrednost energije kao i efektivna vrednost ubrzanja.





- ▶ Krest faktor je bezdimenziona veličina koja opisuje talasni oblik signala i ukazuje na pojavu pikova u signalu.
Za sinusni signal CF ima vrednost 1.41. Za jednosmerni signal ima vrednost 1.



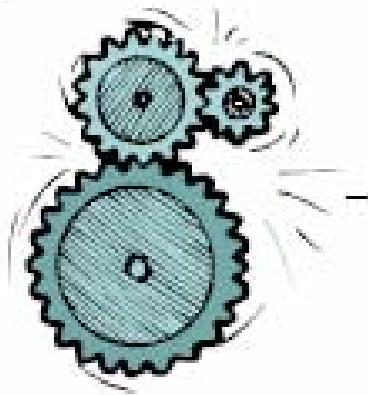
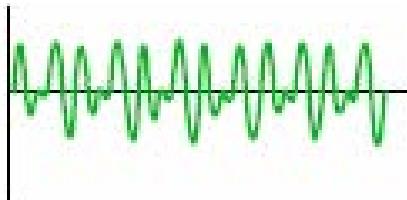
Stacionarne vibracije



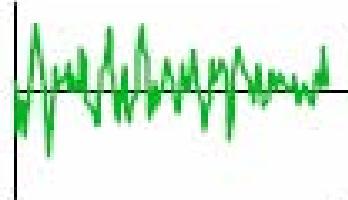
Nestacionarne vibracije



Determinističke



Slučajne



Kontinualne



Tranzijentne

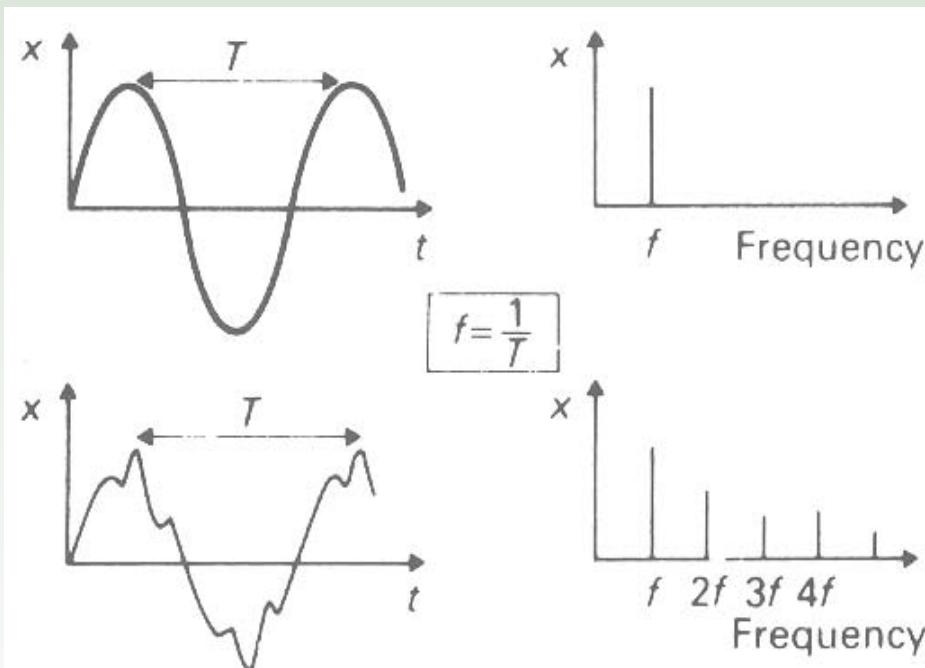


Tipovi vibracija (+)

- ▶ Kod stacionarnih vibracija statističke karakteristike vibracija (npr. efektivna vrednost pomeraja) se ne menjaju sa vremenom, dok se kod nestacionarnih menjaju.
- ▶ Kod determinističkih (ili periodičnih) vibracija kretanje se ponavlja posle izvesnog vremena koji se zove period.



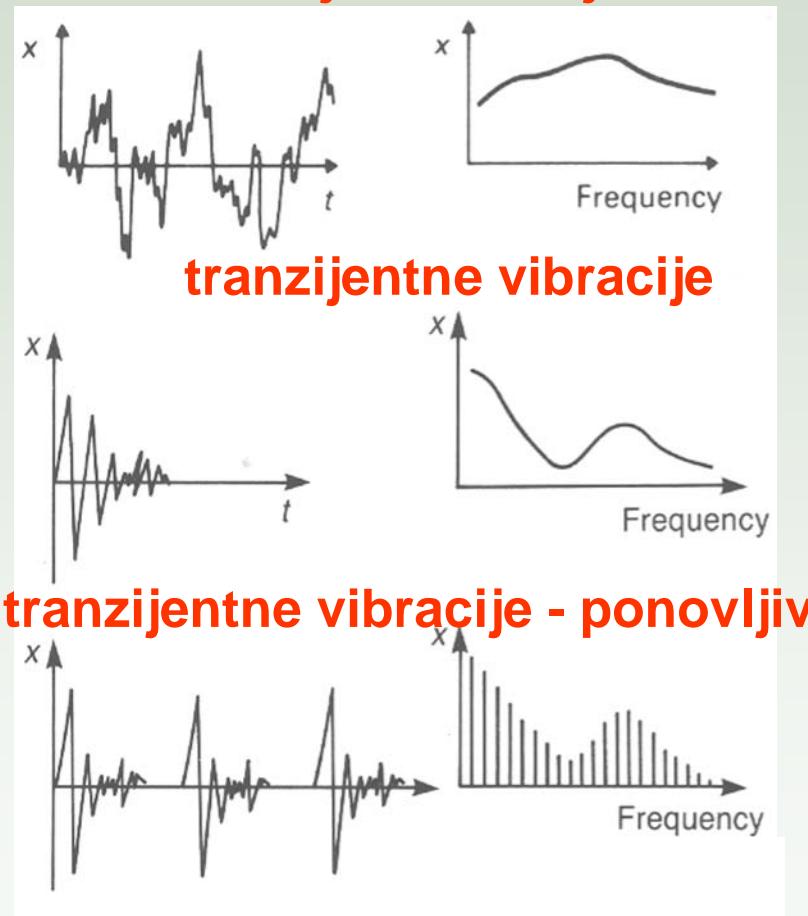
kod prostoperiodičnog (harmonijskog) kretanja promene sa vremenom su sinusoidalne; frekvencijski spektar ima jednu komponentu



složeno periodično kretanje je kombinacija različitih prostoperiodičnih kretanja; spektar sadrži više komponenti



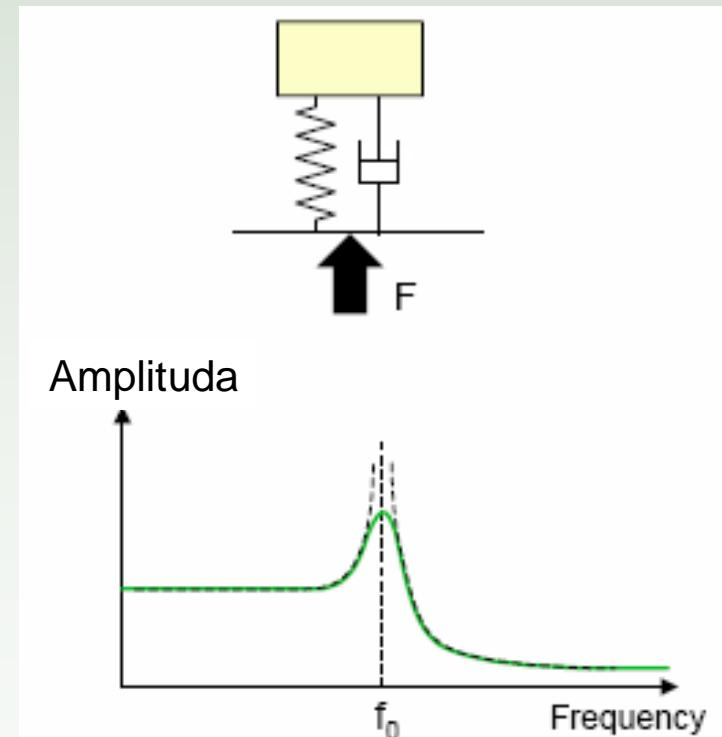
- ▶ **Slučajne vibracije** mogu biti stacionarne i nestacionarne. Oscilacije se nikad ne dešavaju na isti način. Frekvencijski spektar je kontinualan – širokopojasni. **slučajne vibracije**
- ▶ **Tranzijente vibracije** ili udar sadrže jedan impuls sa izraženim vrednostima veličina koje opisuju vibracije nakon čega vrednost pada na nulu.
- ▶ **Kontinualne vibracije** sadrže niz tranzijentnih vibracija.



1. Osnovne veličine vibracija.
2. Veze između osnovnih veličina.
3. Nivo vibracija.
4. Osnovni deskriptori amplitudе vibracija.
5. Tipovi vibracija.

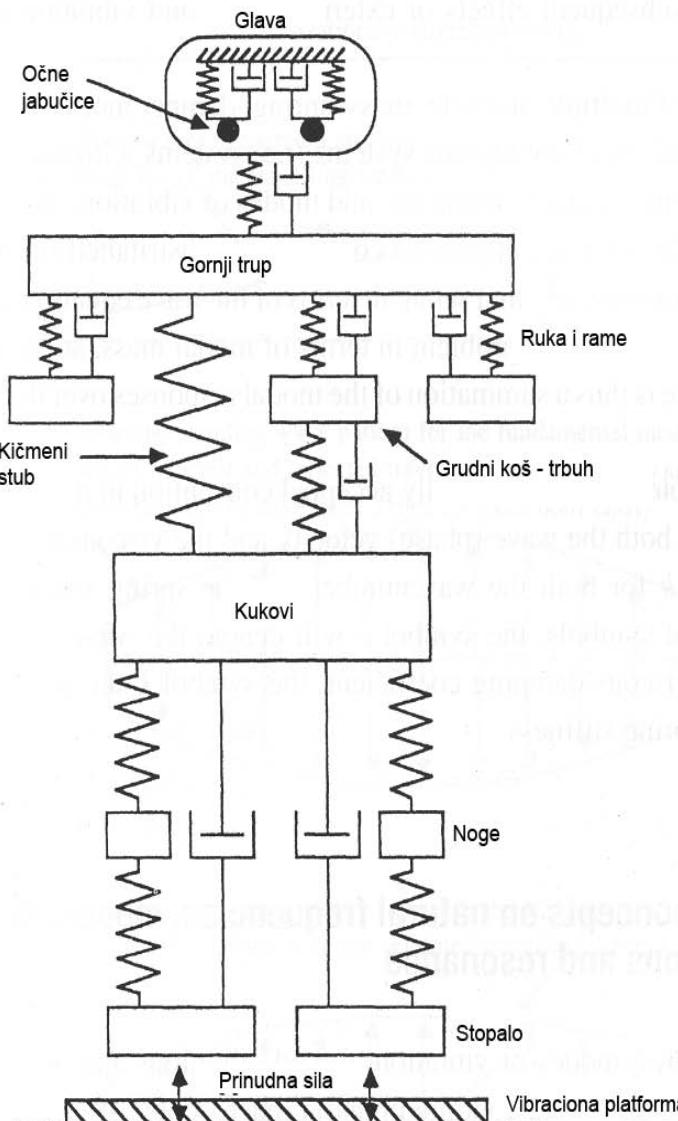


- ▶ Broj nezavisnih koordinata koji je potreban za opisivanje kretanja sistema naziva se **stepen slobode**.
- ▶ Sistem koji se sastoji od mase, opruge i prigušivača se naziva sistem sa jednim stepenom slobode.
- ▶ Sistem se može kretati samo u jednom pravcu i potrebna je samo jedna koordinata za opisivanje tog kretanja.
- ▶ Frekvencijski spektar ima samo jedan pik na sopstvenoj frekvenciji.



Stepeni slobode (+)

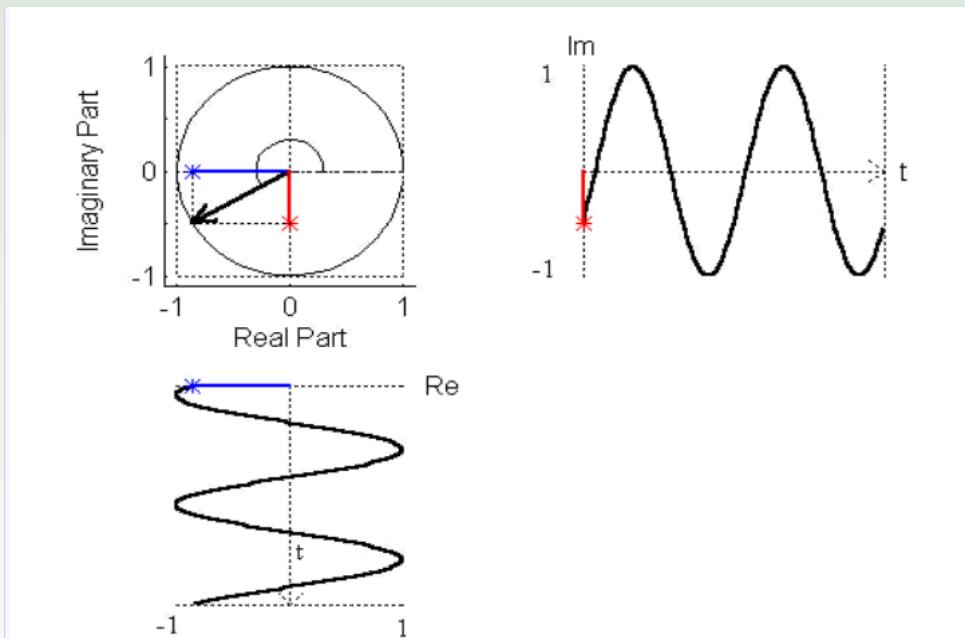
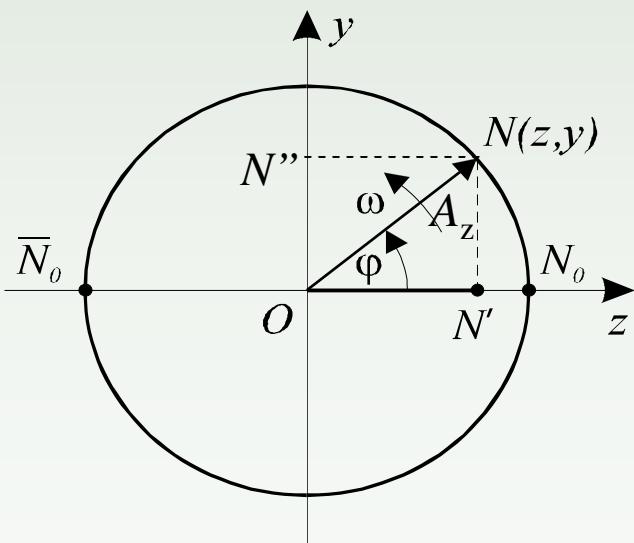
- ▶ Ljudsko telo – sistem sa više stepena slobode.



- ▶ Složeno periodično kretanje se može analizirati kao zbir prostih periodičnih kretanja.
- ▶ Matematičke tehnike omogućuju da se složeni vibracioni signal rastavi na proste komponente čija se amplituda nakon toga određuje.
- ▶ Vibracije su po svojoj prirodi periodična kretanja ili kretanja koja se ponavljaju nakon određenog perioda koji se naziva period.
- ▶ Najprostiji oblik vibracija ili periodičnog kretanja naziva se harmonijska vibracija ili harmonijsko kretanje.
- ▶ Sva harmonijska kretanja su periodična dok svako periodično kretanje nije harmonijsko.

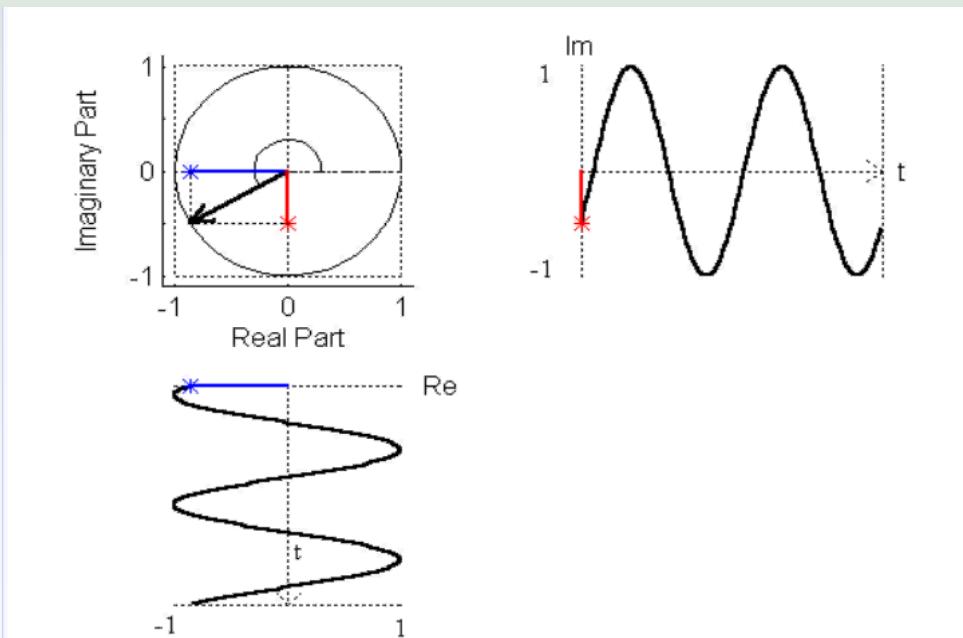
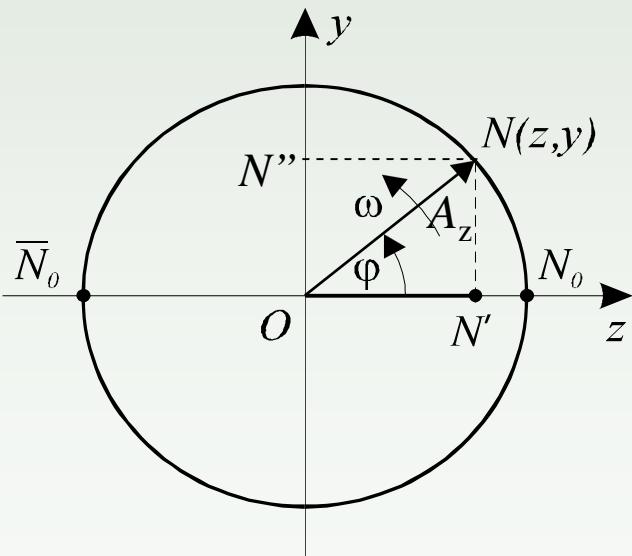


- ▶ Za objašnjenje harmonijskog kretanja posmatraćemo kretanje materialne tačke N po krugu poluprečnika $ON=A_z$. Kretanje se posmatra u y-z koordinatnom sistemu.
- ▶ Ako se tačka N(z,y) kreće po krugu ugaonom brzinom ω , tada se horizontalna projekcija N' kreće po horizontalnoj osi između tačaka N_0 i \bar{N}_0 (plava linija na desnom dijagramu).

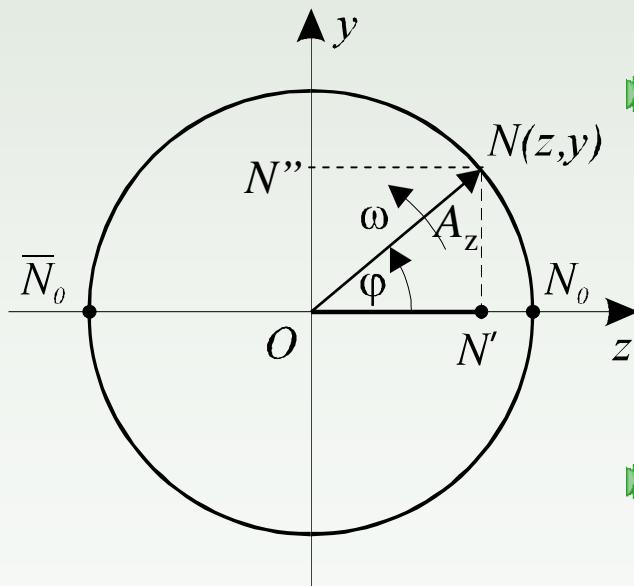


Harmonijske vibracije (+)

- Istovremeno vertikalna projekcija N'' kreće se po vertikalnoj osi (crvena linija na desnom dijagramu).
- I horizontalna i vertikalna projekcija izvode isti tip kretanja – harmonijsko kretanje.
- Harmonijska kretanja projekcija su ortogonalna – kretanja u međusobno upravnim pravcima.



- ▶ Tačka N izvodi kružno kretanje i njen položaj na krugu određen je vektorom položaja stalnog modula:
- ▶ Vektor položaja sa z-osom gradi ugao: $\varphi = \omega t$
gde je ω - ugaona (kružna) frekvencija.
- ▶ Veličina φ naziva se i fazni stav.



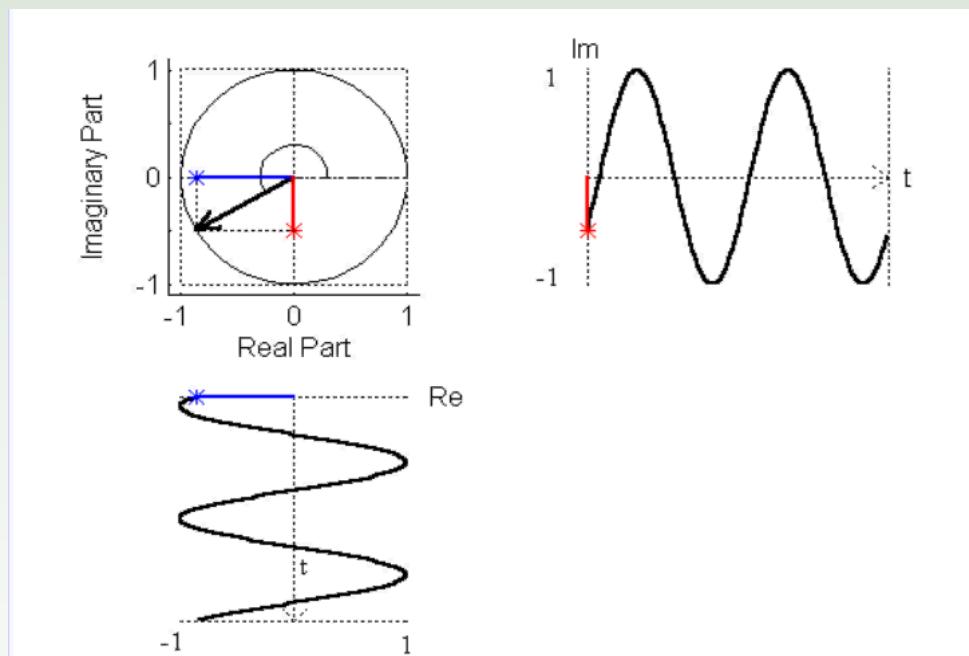
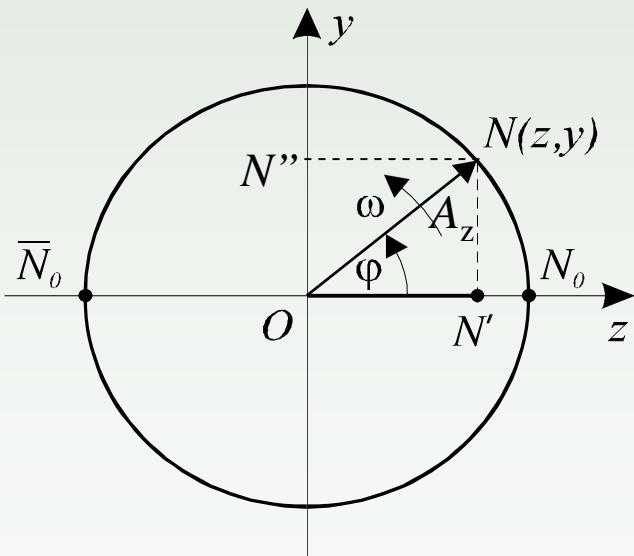
- ▶ Kretanje tačke N ponavlja se periodično nakon 2π radijana, tako da je:
$$\omega = 2\pi f$$
- ▶ Kod harmonijskog kretanja ω je konstantna.



Harmonijske vibracije (+)

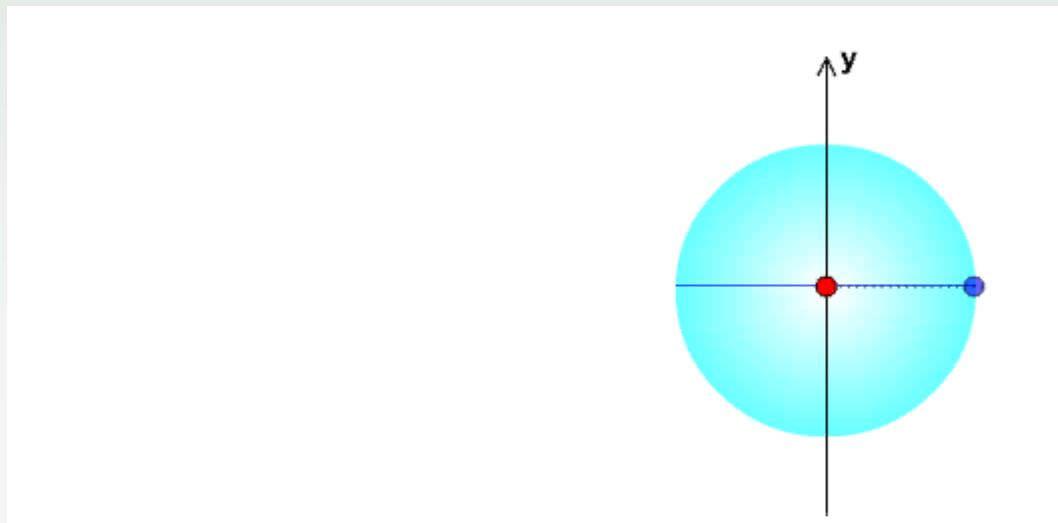
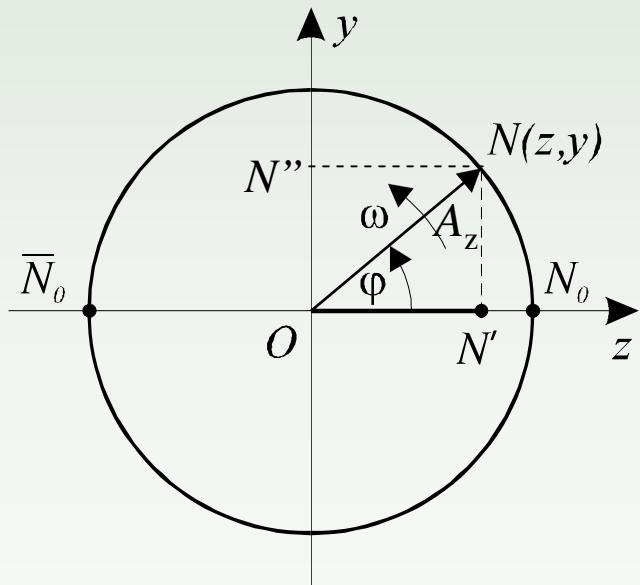
- ▶ Tačka N' izvodi harmonijsko pravolinsko kretanje oko centra oscilovanja O.
- ▶ Njen položaj je određen kordinatom $z(t)$ kao funkcijom vremena koja predstavlja elongaciju (pomeraj) tačke N' u odnosu na centar oscilovanja (ravnotežni položaj).

$$z(t) = \overline{ON'}$$



- ▶ Tačka N'' izvodi takođe harmonijsko pravolinsko kretanje oko centra oscilovanja O .
- ▶ Njen položaj je određen kordinatom $y(t)$ kao funkcijom vremena koja predstavlja elongaciju (pomeraj) tačke N'' u odnosu na centar oscilovanja (ravnotežni položaj).

$$y(t) = \overline{ON''}$$

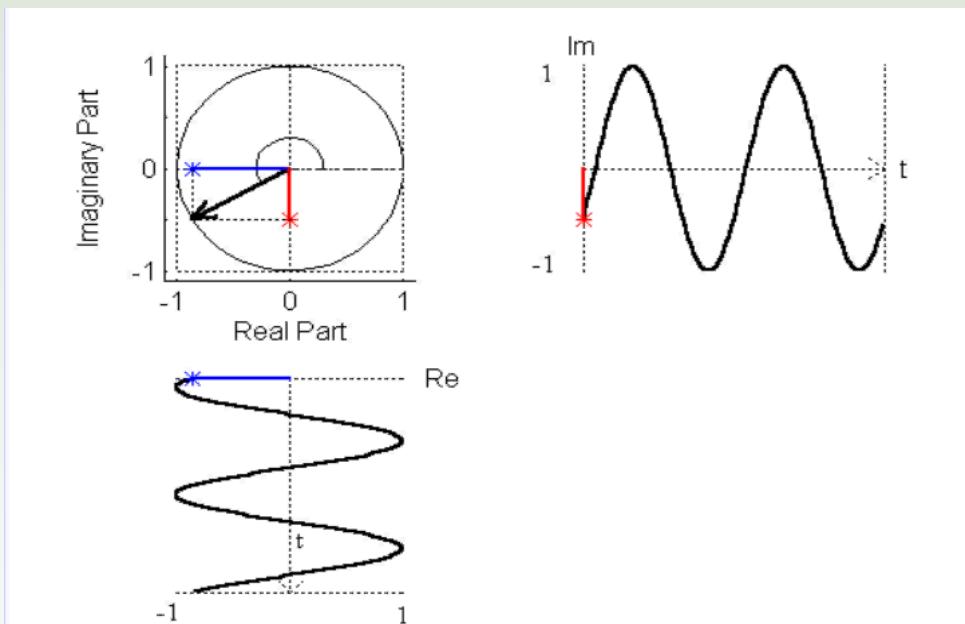
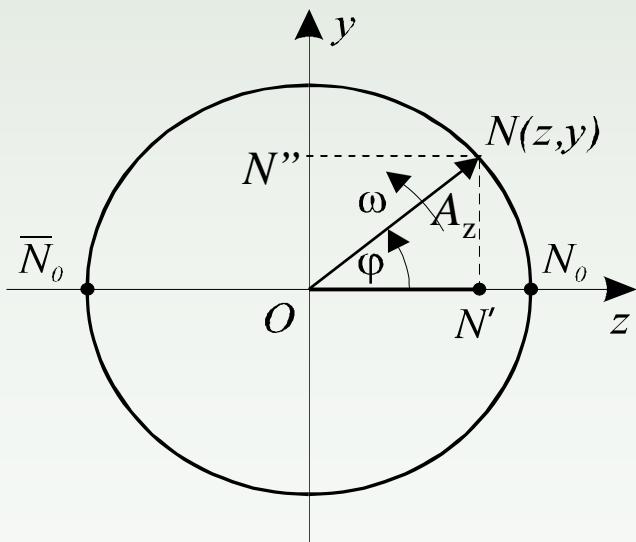


Harmonijske vibracije (+)

- Ako se elongacija tačke N' preslika na vremenski dijagram dobija se prostoperiodična funkcija koja u svakom trenutku definiše položaj tačke N':

$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$

gde je φ_0 – početni ugao ili fazni stav.



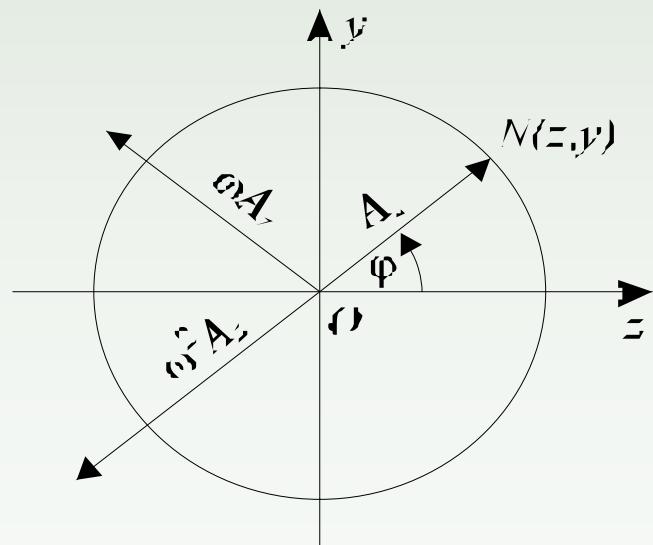
- Ostale kinematske veličine se dobijaju na osnovu veza koje važe između njih.

$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$

- Brzina:

$$v(t) = \dot{z}(t) = -\omega A_z \sin(\omega t - \varphi_0) = -A_v \sin(\omega t - \varphi_0) = A_v \cos(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$$

- Brzina se može predstaviti horizontalnom projekcijom vektora brzine, modula A_v , koji rotira ugaonom brzinom ω ali za ugao $\pi/2$ ispred vektor pomeraja.

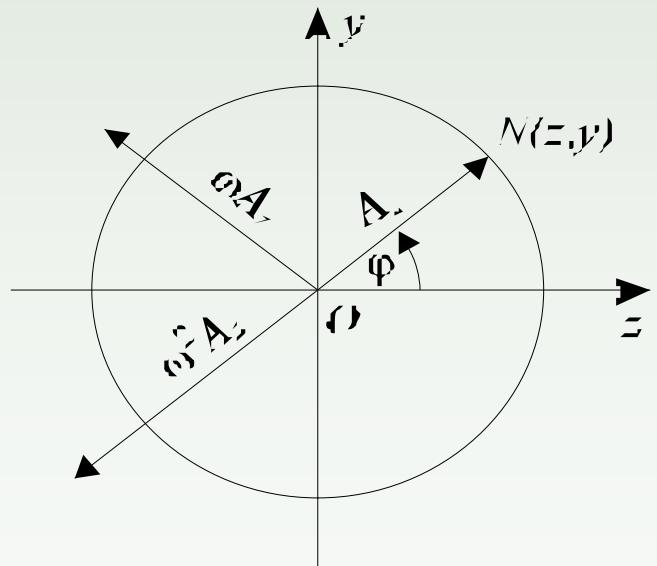


$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$

► Ubrzanje:

$$a(t) = \ddot{z}(t) = -\omega^2 A_z \cos(\omega t - \varphi_0) = -A_a \cos(\omega t - \varphi_0) = A_a \cos(\omega t - \varphi_0 + \pi)$$

► Ubrzanje se može predstaviti horizontalnom projekcijom vektora ubrzanja, modula A_a , koji rotira ugaonom brzinom ω ali za ugao π ispred vektor pomeraja.



Harmonijske vibracije (+)

- Kod harmonijskog kretanja pomeraj, brzina i ubrzanje se predstavljaju prostoperiodičnim funkcijama fazno pomernim:

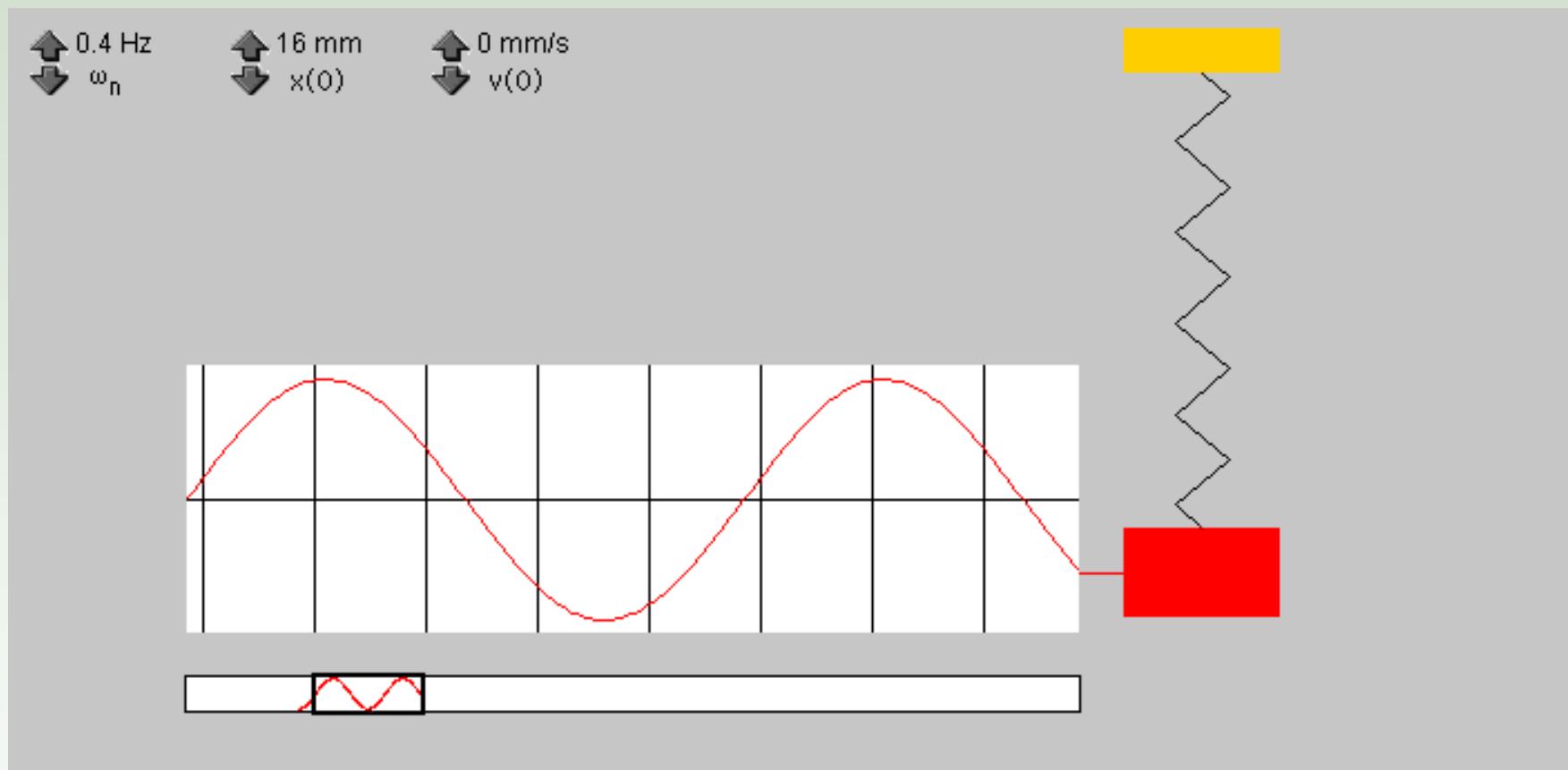
$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$

$$v(t) = \dot{z}(t) = -A_v \sin(\omega t - \varphi_0)$$

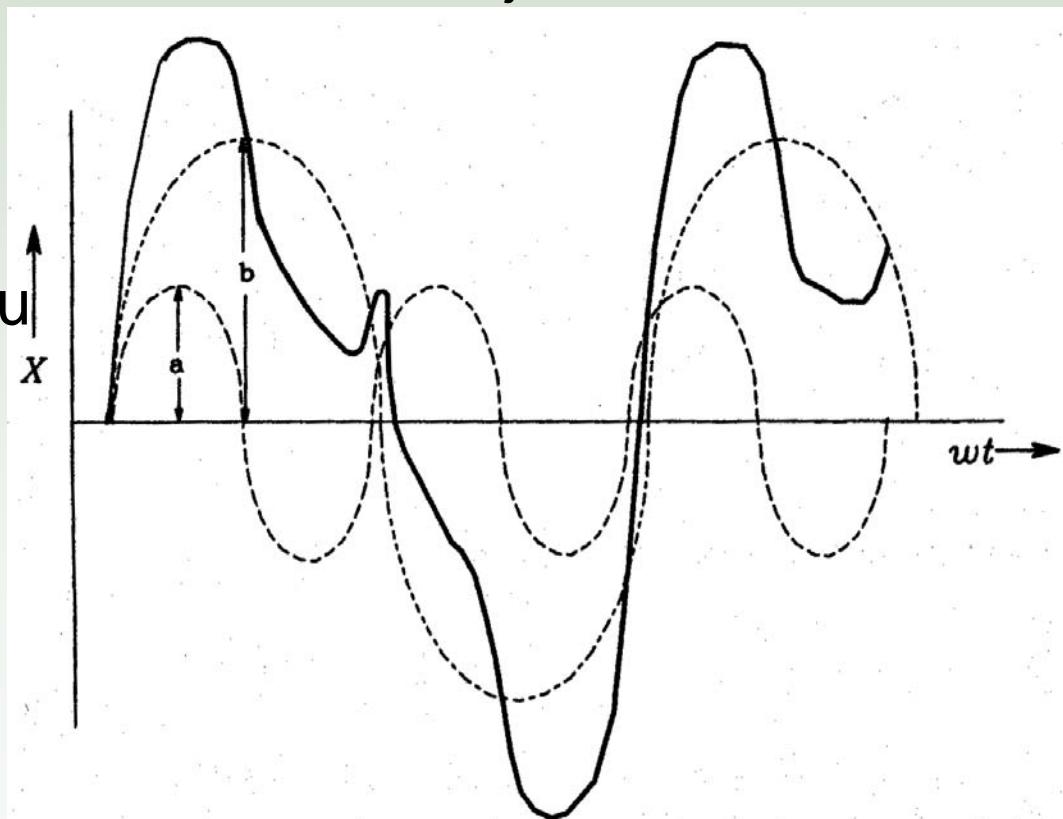
$$a(t) = \ddot{z}(t) = A_a \cos(\omega t - \varphi_0 + \pi)$$



- ▶ Primer harmonijskih vibracija: slobodne vibracije bez prigušenja.

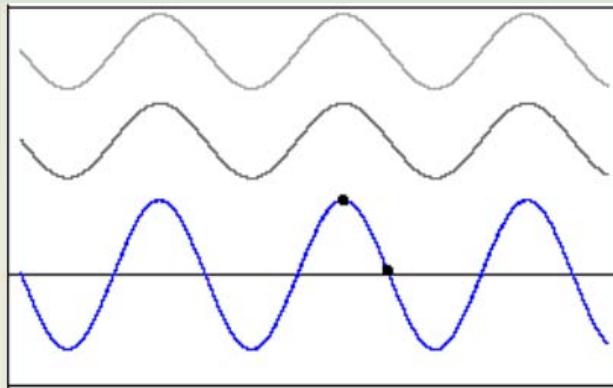


- ▶ Vibracije mogu biti i neperiodična kretanja ili kretanja koja se ne ponavljaju nakon određenog perioda.
- ▶ Kod mnogih mašinskih sistema postoje mnogi izvori vibracija, čiji vibracioni profili nisu harmonijski.
- ▶ Zbir dva harmonijska kretanja (isprekidana linija) rezultira u neharmonijskom kretanju (puna linija).

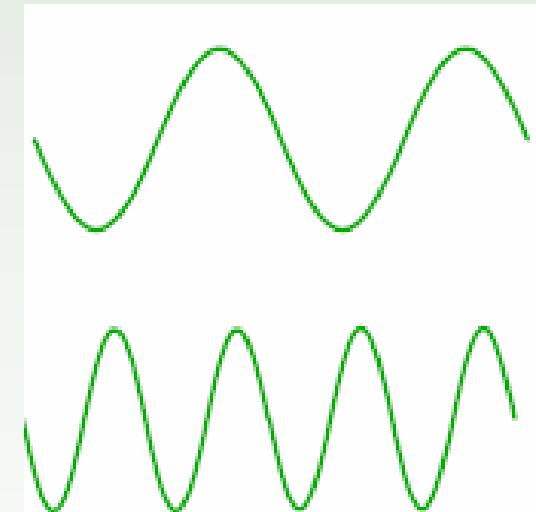


Slaganje kolinerasnih sinhronih oscilacija

- ▶ Kolinearne oscilacije su oscilacije u istom pravcu.
- ▶ Kolinearne oscilacije mogu da budu sinhrone i asinhrone.
- ▶ Sinhrone oscilacije su oscilacije istih frekvencija.



- ▶ Asinhrone oscilacije su oscilacije različitih frekvencija.



- ▶ Dve i više sinhronih kolinearnih oscilacija, različitih amplituda i pomeranja faza:

$$z_1(t) = A_{z_1} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$z_2(t) = A_{z_2} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

⋮

$$z_n(t) = A_z \cos(\omega t + \varphi_n),$$

mogu se složiti u jednu kolinearnu oscilaciju

$$z(t) = A_z \cos(\omega t + \theta)$$

gde je:

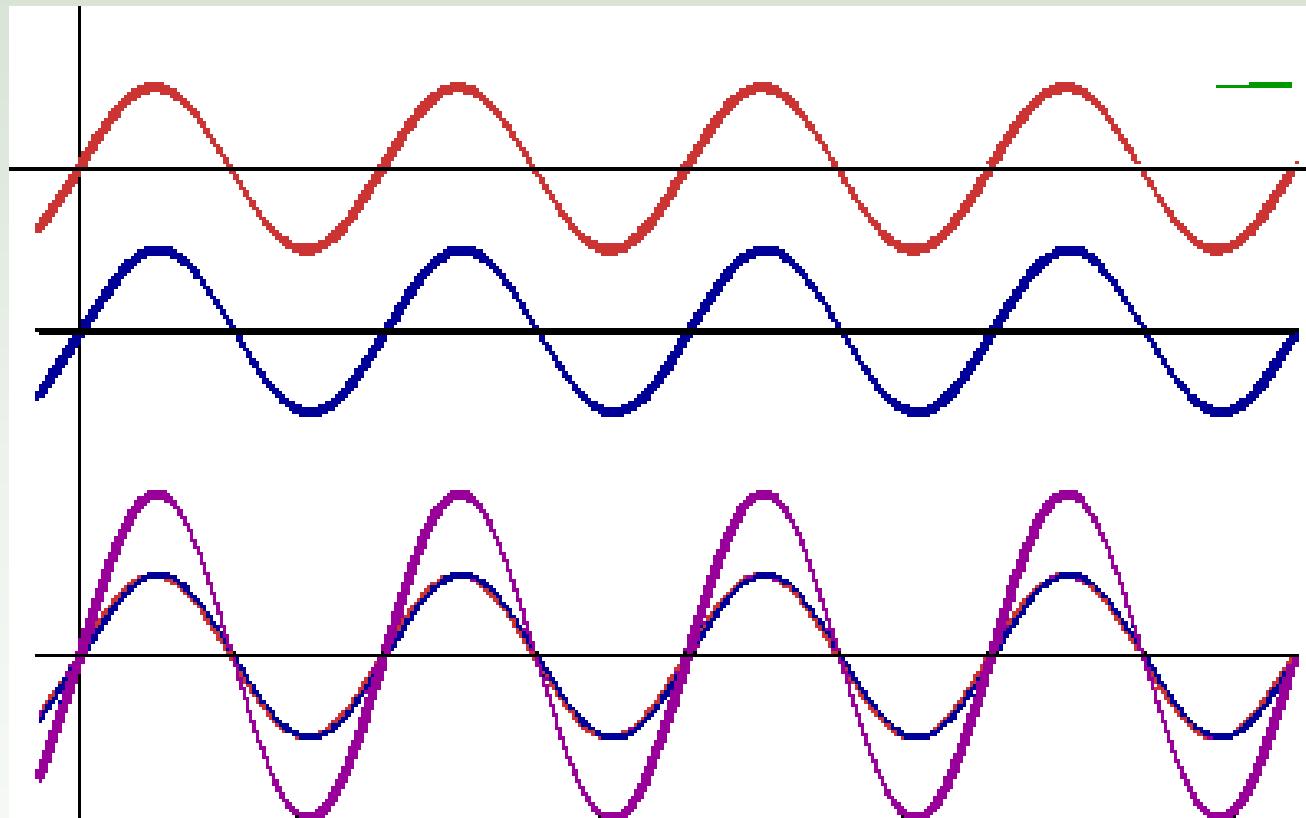
$$A_z = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}, \quad K_1 = \sum_{i=1}^n A_{z_i} \cos \varphi_i, \quad K_2 = \sum_{i=1}^n A_{z_i} \sin \varphi_i, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{K_2}{K_1}$$



- ▶ Primer dve oscilacije istih amplituda različitih faznih stavova:

$$z_1(t) = A_z \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$z_2(t) = A_z \cos(\omega t + \varphi_2),$$



1. Stepeni slobode.
2. Harmonijske vibracije.
3. Pomeraj, brzina i ubrzanje kod harmonijskih vibracija.
4. Neharmonijske vibracije.
5. Slaganje sinhronih oscilacija.

