

## Elastičnost

- ◆ Elastične osobine materijala i Hukov zakon (AP78-79)
- ◆ Vrste elastičnih deformacija (AP79-83)
- ◆ Sudari (AP83-85):
  - Elastični.
  - Neeleastični

## Elastičnost

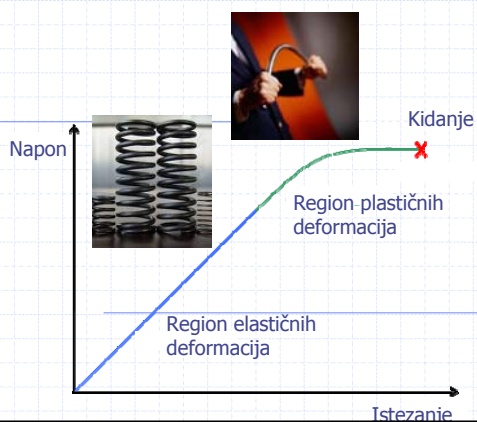
### ◆ Elastične osobine materijala.

- Pojam krutog tela:
  - ne deformiše se pri dejstvu sile, odnosno ne menja svoj oblik;
  - matematička apstrakcija, takva tela u prirodi ne postoje.
- Umesto krutog tela uvodi se pojam čvrstog tela:
  - telo stalnog oblika koje se može deformisati;
  - dejstvo spoljašnjih sila izaziva promene dimenzija, veličina deformacije zavisi od osobina materijala.
- Deformacije čvrstog tela:
  - elastična deformacija - po prestanku delovanja sile telo ponovo dobija prvobitni oblik;
  - plastična deformacija - kada sila pređe određenu granicu po prestanku delovanja sile telo zadržava deformisani oblik.
- Realna tela se nalaze između ova dva ekstremna slučaja.



## Elastičnost

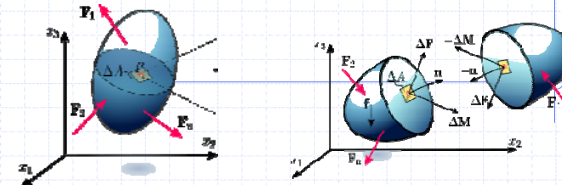
### ◆ Elastične osobine materijala.



## Elastičnost

### ◆ Elastične osobine materijala.

- Dejstvo spoljašnje sile na elastično telo:
  - izaziva protivdejstvo njegovih elastičnih sila, koje teže da vrate telo u prvobitni položaj;
  - rezultujuća sila koja deluje na telo može se razložiti na tangencijalnu i normalnu komponentu;
  - nakon konačne deformacije tela rezultanta elastičnih sila tela uravnotežava se u svakom preseku sa rezultantom spoljašnjih sila;
  - rezultanta elastičnih sila ima tangencijalnu i normalnu komponentu.



## Elastičnost

### ◆ Elastične osobine materijala.

- Pod dejstvom spoljašnje sile telo se nalazi u napregnutom stanju.
  - Stanje se određuje fizičkom veličinom, NAPONOM, čija je brojna vrednost jednaka odnosu elastične sile i površine poprečnog preseka

$$\sigma = \frac{F}{S} \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

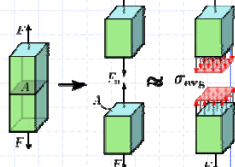
- I napon ima tangencijalnu i normalnu komponentu:

$$\sigma_n = \frac{F_n}{S}$$

$$\sigma_t = \frac{F_t}{S}$$

- Veličina defamacije određena je relativnom defamacijom:

$$\delta = \pm \frac{\Delta V}{V}$$



## Elastičnost

### ◆ Hukov zakon.

$$\sigma = E \delta$$

$$E = \frac{\sigma}{\delta} \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

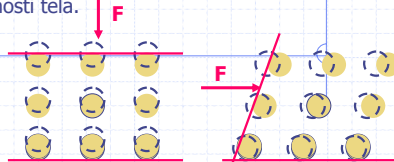
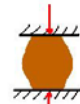
- Engleski naučnik Huk je eksperimentom pokazao da je napon proporcionalan relativnoj defamaciji.
  - Konstanta E je karakteristika materijala i naziva se modul elastičnosti.
  - Recipročna vrednost modula elastičnosti je koeficijent elastičnosti  $\epsilon$ .
  - Hukov zakon važi za male defamacije, odnosno u oblasti elastičnosti.
  - Napon pri kome Hukov zakon prestaje da važi zove se granični napon proporcionalnosti i on je ispred granice elastičnosti.



## Elastičnost

### ◆ Vrste elastičnih defamacija.

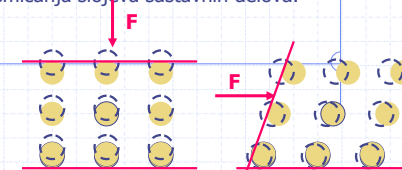
- Svi vidovi elastičnih defamacija mogu se svesti na dva osnovna:
  - istezanje (sabijanje),
  - smicanje.
- Čvrsto telo:
  - predstavlja kristal u kome njegovi delovi zauzimaju pravilan raspored;
  - privlačno-odbojne sile ih drže u stabilnoj ravnoteži;
  - kada sila deluje na telo sastavni delovi se izvode iz ravnoteže čemu se oni opiru usled elastičnosti tela.



## Elastičnost

### ◆ Vrste elastičnih defamacija.

- Čvrsto telo:
  - nakon prestanka delovanja sile sastavni delovi se vraćaju u ravnotežni položaj;
- Istezanje (sabijanje):
  - sila deluje normalno na površinu tela;
  - dolazi do promene rastojanja između sastavnih delova.
- Smicanje:
  - sila deluje tangencijalno;
  - dolazi do međusobnog smicanja slojeva sastavnih delova.



## Elastičnost

### ◆ Vrste elastičnih deformacija.

#### ■ Elastična deformacija istezanja:

- na kraj homogene šipke konstantnog poprečnog preseka,  $S$ , deluje sila,  $F$ , duž njene ose;
- šipka se izduži, odnosno skрати pa je relativna promena dužine šipke:

$$\delta = \pm \frac{\Delta l}{l}$$

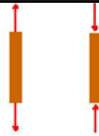
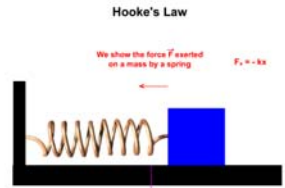
- primenom Hukovog zakona i definicije napona:

$$\sigma = E \delta$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow F = ES \frac{\Delta l}{l} = k \Delta l$$

Drugi oblik Hukovog zakona



## Elastičnost

### ◆ Vrste elastičnih deformacija.

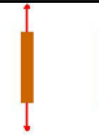
#### ■ Elastična deformacija istezanja:

- relativna promena dužine šipke proporcionalna je normalnom naponu:

$$\frac{\Delta l}{l} = \pm \frac{1}{E} \frac{F}{S} = \pm \epsilon \frac{F}{S} \quad \epsilon - \text{koefficient elastičnosti}$$

- promena dužine šipke proporcionalna je sili i početnoj dužini šipke, a obrnuto srazmerna poprečnom preseku šipke i modulu elastičnosti.

$$\Delta l = \pm \frac{F \cdot l}{E \cdot S}$$



## Elastičnost

### ◆ Vrste elastičnih deformacija.

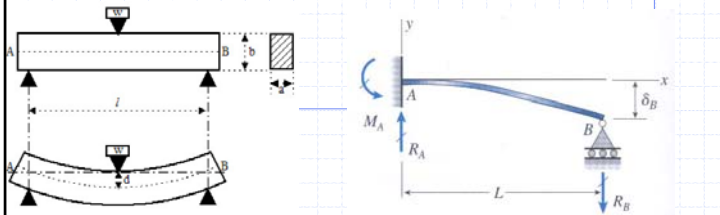
#### ■ Elastična deformacija istezanja:

- kod savijanja, javlja se istovremeno i istezanje i sabijanje;
- veličina savijanja je proporcionalna trećem stepenu dužine, a obrnuto srazmerna trećem stepenu visine;

- da bi savijanje bilo manje:

- greda što kraća,
- visina što veća.

$$s = k \frac{l^3}{Eab^3} F$$



## Elastičnost

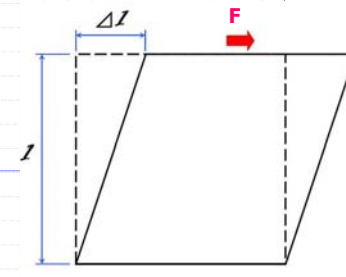
### ◆ Vrste elastičnih deformacija.

#### ■ Elastična deformacija smicanja:

- javlja se pod dejstvom tangencijalnih sila;
- za homogeno telo pričvršeno za podlogu jednom stranom, delovanjem tangencijalne sile na drugoj strani nastaje tangencijalni napon koji vertikalne strane zakrene za ugao:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{G} \frac{F}{S}$$

- $G$  - modul smicanja ili torzije.



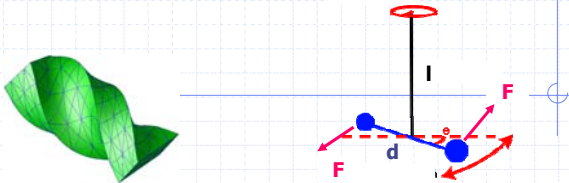
# Elastičnost

## ◆ Vrste elastičnih deformacija.

- Torzija (uvijanje ili upredanje) je specijalni slučaj smicanja:
  - homogena šipka koja je na jednom kraju nepokretna a na drugi kraj se uvrće momentom sile sa pravcem duž ose šipke;
  - šipka trpi deformaciju, upreda se za ugao:

$$\theta = \frac{2l}{\pi r^4 G} M = \frac{2l}{\pi r^4 G} Fd$$

- r - poluprečnik šipke



# Elastičnost

## ◆ Sudari.

- Kratkotrajno uzajamno dejstvo dva tela koje se dešava pri njihovom susretu, koji traje veoma kratko.
  - Pri sudaru dolazi do nagle promene kretanja stanja kretanja;
  - Pri sudaru tela mogu ali ne moraju da pretrpe defomacije.

### ■ Dve vrste sudara:

- elastičan sudar - pri sudaru nema nikakvih unutrašnjih promena u tim telima;
- neelastičan sudar - pri sudaru dolazi do izmene unutrašnje energije tela.

**Neelastičan sudar - kinetička energija pre i posle sudara nije ista.    Elastičan sudar - kinetička energija pre i posle sudara ista.**

Car		Truck		Car		Truck	
masa (kg)	1000	masa (kg)	3000	masa (kg)	1000	masa (kg)	3000
vel. (m/s)	20.0	vel. (m/s)	-20.0	vel. (m/s)	20.0	vel. (m/s)	-20.0
mom. (kg.m/s)	20000	mom. (kg.m/s)	-60000	mom. (kg.m/s)	20000	mom. (kg.m/s)	-60000

# Elastičnost

## ◆ Sudari - neelastični

- Sudar kuglice sa zidom.
  - kod apsolutno neelastičnog sudara kugla gubi celokupnu kinetičku energiju i količinu kretanja koja se prenosi na zid (ne primećuje se zbog mase zida).
- Centralni sudar dve kuglice.
  - Količina kretanja pre sudara jednaka je količini kretanja posle sudara - kuglice nastavljaju da se kreću istom brzinom.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

- Ako su mase kuglica iste i jedna miruje pre sudara:

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1}{2}$$



# Elastičnost

## ◆ Sudari - elastični

- Sudar kuglice sa zidom.
  - kuglica se odbija od zida istom brzinom u suprotnom smeru;
  - kinetička energija kuglice ostaje ista;
  - promena količine kretanja kuglice dvostruko je veća od količine kretanja kuglice pre sudara:

$$\Delta p = mv - (-mv) = 2mv$$

### ■ Centralni sudar dve kuglice.

- Količina kretanja pre sudara jednaka je količini kretanja posle sudara - kuglice nastavljaju da se kreću različitim brzinama.

$$m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

- Kinetička energija pre i posle sudara je ista:

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$v_1, v_2$

## Elastičnost

### ◆ Sudari - elastični

#### ■ Centralni sudar dve kuglice.

- Ako su kuglice iste mase, kuglice izmenjuju brzine:

$$v_1 = v_2', \quad v_2 = v_1'$$

- Ako su kuglice iste mase i druga kuglica miruje, prva kuglica se zaustavlja a druga preuzima njenu brzinu.

$$v_1' = 0, \quad v_2' = v_1$$



## Test pitanja - kolokvijum

### 1. Deformacije čvrstog tela.

- Elastična deformacija - po prestanku delovanja sile telo ponovo dobija prvobitni oblik;
- Plastična deformacija - kada sila pređe određenu granicu po prestanku delovanja sile telo zadržava deformisani oblik.

### 2. Hukov zakon.

- Kada se telo nalazi u napregnutom stanju, napon je proporcionalan relativnoj deformaciji gde je konstanta E karakteristika materijala i naziva se modul elastičnosti.

$$\sigma = E \delta$$

### 3. Vrste elastičnih deformacija.

- Istezanje (sabijanje) - sila deluje normalno na površinu tela gde dolazi do promene rastojanja između sastanih delova;
- Smicanje - sila deluje tangencijalno gde dolazi do međusobnog smicanja slojeva sastavnih delova.

## Test pitanja - kolokvijum

### 4. Sudar.

- Kratkotrajno uzajamno dejstvo dva tela koje se dešava pri njihovom susretu, koji traje veoma kratko. Pri sudaru dolazi do nagle promene kretanja stanja kretanja pri čemu tela mogu ali ne moraju da pretrpe deformacije.

### 5. Vrste sudara.

- Elastičan sudar - pri sudaru nema nikakvih unutrašnjih promena u tim telima. Kinetička energija pre i posle sudara ista.
- Neelastičan sudar - pri sudaru dolazi do izmene unutrašnje energije tela. Kinetička energija pre i posle sudara različita.