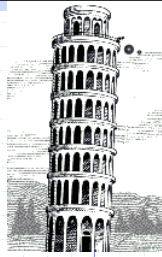


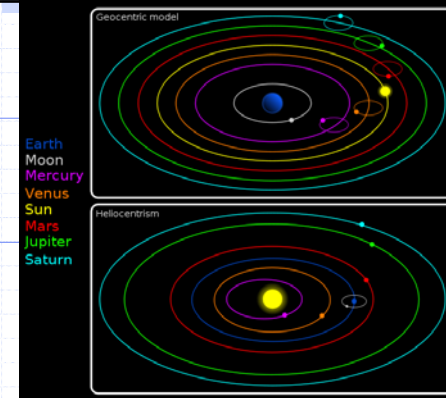
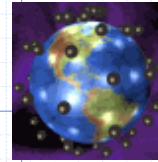
Gravitacija

- ◆ Keplerovi zakoni (AP 64-65)
- ◆ Zakon gravitacije (AP 65-67)
- ◆ Gravitaciono polje (AP 67-68)
- ◆ Ubrzanje zemljine teže (AP 70-72)
- ◆ Kosmičke brzine (AP 72-74)



Nemački fizičar Johan Kepler
(1571-1630)

Gravitacija



◆ Keplerovi zakoni.

■ Modeli kretanja nebeskih tela:

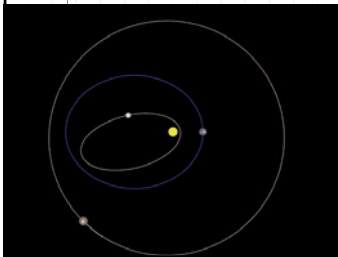
- ◆ Geocentrični model (grčki fizičar Ptolomej u II veku) - Zemlja miruje, centar je vasione a ostala nebeska tela se kreću oko nje.
- ◆ Heliocentrični sistem (poljski fizičar Kopernik u XVI veku) - Sunce je centar oko koga se kreću ostale planete.

Gravitacija

◆ Keplerovi zakoni.

- Kepler je u XVII veku formulisao zakone kretanja planeta oko Sunca.

- ◆ I zakon: Planete se kreću oko Sunca po eliptičnim putanjama, u čijem se jednom fokusu (žiji) nalazi Sunce.
- ◆ Eliptične putanje imaju dva fokusa - u jednom od njih smešteno je Sunce.

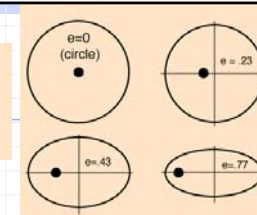
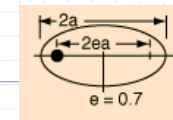


Na sličan način se kreću sateliti oko Zemlje po eliptičnim putanjama. Zemlja je u jednom fokusu elipse. Satelit se kreće brže što je bliži Zemlji.

Gravitacija

◆ Keplerovi zakoni.

- I Keplerov zakon.

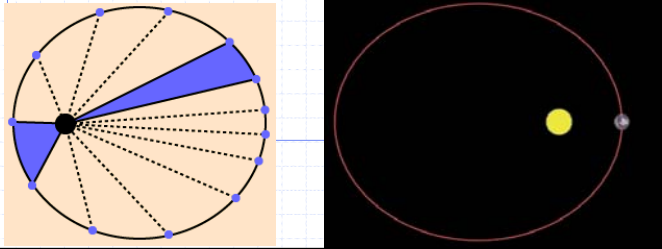


- ◆ Astronomska jedinica (AJ, 1 AJ = 1.49597870 x 10¹¹ m)
- ◆ AJ predstavlja srednje rastojanje Zemlje od Sunca

Gravitacija

◆ Keplerovi zakoni.

- Kepler je u XVII veku formulisao zakone kretanja planeta oko Sunca.
 - II zakon: Duž koja spaja položaj planete sa Suncem prekrije u jednakim vremenskim intervalima jednake površine, bez obzira na udaljenost od Sunca.
 - Kada je planeta bliže Suncu kreće se brže nego kada je dalje od Sunca.

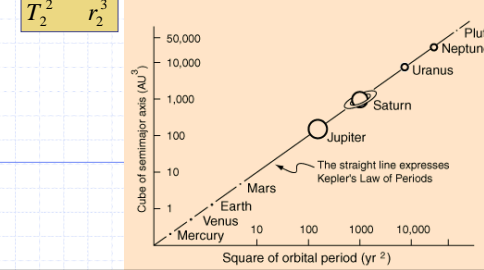


Gravitacija

◆ Keplerovi zakoni.

- Kepler je u XVII veku formulisao zakone kretanja planeta oko Sunca.
 - III zakon: Kvadrat perioda (vremena obilaženja planete oko Sunca) proporcionalan je trećem stepenu srednje udaljenosti planete od Sunca.
 - Za dve planete: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$

Planet	Semimajor axis (10 ¹⁰ m)	Period T (y)	T ² a ³ (10 ⁻³⁴ y ² m ³)
Mercury	5.79	0.241	2.99
Venus	10.8	0.615	3.00
Earth	15.0	1	2.96
Mars	22.8	1.88	2.98
Jupiter	77.8	11.9	3.01
Saturn	143	29.5	2.98
Uranus	287	84	2.98
Neptune	450	165	2.99
Pluto	590	248	2.99



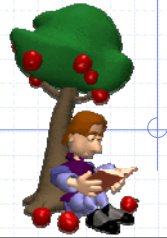
Gravitacija

◆ Zakon gravitacije.

- Na osnovu Keplerovih zakona i Njutnovih zakona mehanike Njuton je definisao univerzalni zakon gravitacije.
- Na svaku planetu deluje sila usmerena ka Suncu čiji je intenzitet:
 - szazmeran masi planete,
 - obrnuto szazmeran kvadratu rastojanja između planete i Sunca.



$$F \propto k \frac{m_p}{r^2}$$



Gravitacija

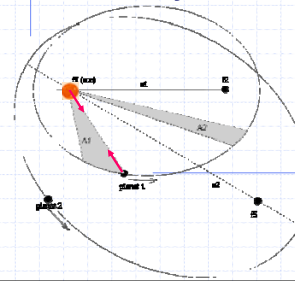
◆ Zakon gravitacije.

- Polazeći od III Njutnovog zakona Njuton je pretpostavio da:
 - Sunce je izvor sile privlačenja koja deluje na planete,
 - planete privlače Sunce silom istog intenziteta ali suprotnog smera koja je szazmerna masi Sunca.

- Obe sile imaju intenzitet:

$$F = \gamma \frac{m_s m_p}{r^2}$$

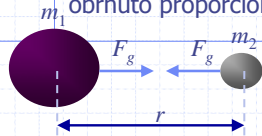
γ - univerzalna gravitaciona konstanta



Gravitacija

◆ Zakon gravitacije.

- Njutn je uopštio zakon gravitacije kao interakciju svih tela u vasioni bez obzira na njihovu veličinu i nazvao ga univerzalni zakon gravitacije: Dva tela se privlače silom istog intenziteta koja je srazmerna njihovim masama i obrnuto proporcionalna njihovom rastojanju.



$$F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Gravitaciona konstanta brojno je jednaka sili kojom se dve jedinične mase privlače na jediničnom rastojanju.

$$\gamma = F \frac{r^2}{m_1 m_2} \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \right]$$

- Za Njutna je gravitaciona konstanta ostala nepoznata.

Gravitacija

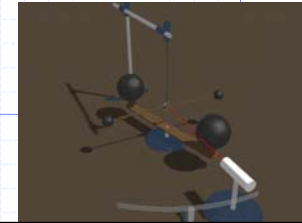
◆ Zakon gravitacije.

- Kevendiš je tek 1798. godine odredio gravitacionu konstantu u eksperimentu sa dva para kuglica:

- dve male kuglice svaka po 0.729 kg obešene na elastičnu nit,
- dve velike kugle svaka po 158 kg postavljene su u blizini,
- manje kuglice se zbog gravitacione sile približavaju većim,
- nit se uvrne za određeni ugao koji se meri,
- gravitaciona sila je proporcionalna uglu

$$F \propto \alpha$$

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$



Gravitacija

◆ Gravitaciono ubrzanje.

- Telo se nalazi na površini Zemlje ili u neposrednoj blizini:

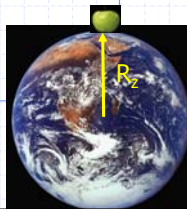
- težina tela je prema II Njutnovom zakonu $Q = mg$

- ista sila iskazana preko gravitacionog zakona $F_g = \gamma \frac{mm_z}{R_z^2}$

$$mg = \gamma \frac{mm_z}{R_z^2} \Rightarrow g = \gamma \frac{m_z}{R_z^2}$$

- Gravitaciono ubrzanje je obrnuto proporcionalno poluprečniku Zemlje, $g=9.81\text{m/s}^2$.
- Poluprečnik Zemlje na ekvatoru za 40 km veći od poluprečnika na polovima.

- gravitaciona sila najveća na polu a najmanja na ekvatoru
- isto važi za gravitaciono ubrzanje



Gravitacija

◆ Gravitaciono ubrzanje.

- Gravitaciono ubrzanje na visini h iznad Zemlje:

$$g_h = \gamma \frac{m_z}{(R_z + h)^2} \quad g_h = \gamma \frac{m_z}{(R_z + h)^2} \cdot \frac{R_z^2}{R_z^2} = g \left(\frac{R_z}{R_z + h} \right)^2$$

- opada sa visinom ali se za male visinske promene uzima nepromeljivim,
- na rastojanju Meseca 0.27cm/s^2

- Najveće promene gravitacionog ubrzanja potiču usled rotacije Zemlje oko svoje ose.

- na telo, pored gravitacione sile, dejstvuje i centrifugalna inercijalna sila čiji je intenzitet srazmeran rastojanju od ose rotacije - najveći na ekvatoru, jednak nuli na polu;
- smanjenje gravitacionog ubrzanja na ekvatoru je 3.37cm/s^2 ;

$$g = 9.78 \text{ m/s}^2$$

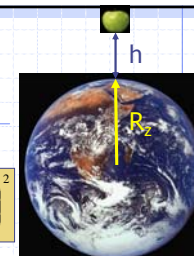
ekvator

$$g = 9.83 \text{ m/s}^2$$

pol

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

45°



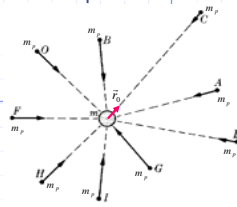
Gravitacija

◆ Gravitaciono polje.

- Prostor u kome jedno telo deluje na drugo gravitacionom silom naziva se gravitaciono polje tog tela.
- Gravitaciono polje se kvantitativno opisuje jačinom gravitacionog polja.
- Jačina gravitacionog polja u nekoj tački brojno je jednaka sili kojom gravitaciono polje dejstvuje na jedinicu mase u tom polju.
 - vektorska veličina čiji je pravac i smer identičan sa pravcem i smerom gravitacione sile.

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m_p}$$

$$\vec{G} = -\gamma \frac{mm_p}{r^2} \vec{r}_0 = -\gamma \frac{m}{r^2} \vec{r}_0$$



Gravitacija

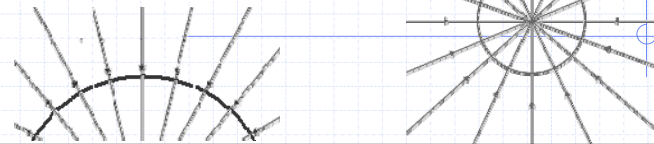
◆ Gravitaciono polje.

$$g = \gamma \frac{m_z}{R_z^2}$$

- Jačina zemljinog gravitacionog polja na površini Zemlje jednaka je gravitacionom ubrzanju:

$$G = \gamma \frac{m_z}{R_z^2} = g$$

- Gravitaciono polje je vektorsko polje.
- Slikovito se prikazuje linijama sila gravitacionog polja:
 - zamišljene linije kod kojih tangenta u svakoj tački polja daje pravac i smer gravitacione sile i jačine gravitacionog polja,
 - linije uviru u telo i normalne su na površinu tela u posmatranoj tački,
 - linije se produžavaju i kroz telo - gravitaciono polje postoji i u telu.



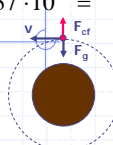
Gravitacija

◆ Kosmičke brzine.

◆ Prva kosmička brzina.

- Brzina koju treba da ima telo da bi se kretalo oko Zemlje po putanji čiji je poluprečnik blizak poluprečniku Zemlje.
- Računa se za sloj na visini oko 200km koji je skoro idealan vakuumu i nema otpora kretanju.
- Kretanje tela prvom kosmičkom brzinom kroz atmosferu zagrevalo bi telo i ono bi sagorelo.

$$\frac{mv_1^2}{R} = \gamma \frac{mm_z}{R^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\gamma \frac{m_z}{R^2} R} \quad \text{entrigalna sila kao sila} \quad v_1 = \sqrt{gR} \quad v_1 = \sqrt{9.81 \cdot 6.37 \cdot 10^6} = 7.91 \text{ km/s}$$



Gravitacija

◆ Kosmičke brzine.

◆ Druga kosmička brzina.

- Najmanja brzina kojom treba da se izbaci telo sa neke planete da bi izašlo iz zone dejstva gravitacionog polja te planete.
- Takvo telo ulazi u zonu dejstva Sunca i postaje nova planeta.
- Da bi izašlo iz zone dejstva Zemlje telo mora da ima dovoljnu kinetičku energiju da izvrši rad protiv gravitacione sile sa njene površine poluprečnika R do beskonačnosti.

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_R^\infty F dr = \int_R^\infty \gamma \frac{mm_z}{r^2} dr = \gamma mm_z \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \gamma mm_z \left[\frac{1}{r} \right]_R^\infty$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = \gamma mm_z \frac{1}{R} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2\gamma \frac{m_z}{R^2} R}$$

$$v_2 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_1$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 6.37 \cdot 10^6} = 11.2 \text{ km/s}$$

Gravitacija

◆ Kosmičke brzine.

■ Treća kosmička brzina.

- Najmanja brzina kojom treba da se izbaciti telo sa neke planete da bi izašlo iz zone dejstva Sunca.

$$v_3 = 16.7 \text{ km/s}$$

■ Četvrta kosmička brzina.

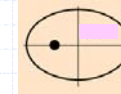
- Najmanja brzina kojom treba da se izbaciti telo sa neke planete da bi izašlo iz zone dejstva naše Galaksije i otišlo u vasionu.

$$v_4 = 290 \text{ km/s}$$

Test pitanja - kolokvijum

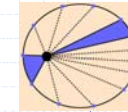
1. I Keplerov zakon.

- Planete se kreću oko Sunca po eliptičnim putanjama, u čijem se jednom fokusu (žiži) nalazi Sunce.



2. II Keplerov zakon.

- Duž koja spaja položaj planete sa Suncem prekrije u jednakim vremenskim intervalima jednake površine, bez obzira na udaljenost od Sunca.



3. III Keplerov zakon.

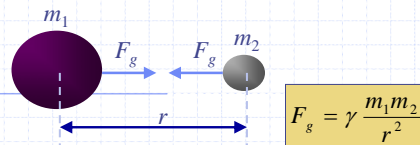
- Kvadrat perioda (vremena obilaženja planete oko Sunca) proporcionalan je trećem stepenu srednje udaljenosti planete od Sunca.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Test pitanja - kolokvijum

4. Njutnov zakon gravitacije.

- Dva tela se privlače silom istog intenziteta koja je srazmerna njihovim masama i obrnuto proporcionalna njihovom rastojanju.



5. I kosmička brzina.

- Brzina koju treba da ima telo da bi se kretalo oko Zemlje po putanji čiji je poluprečnik blizak poluprečniku Zemlje.

$$v_1 = 7.9 \text{ km/s}$$

6. II kosmička brzina.

- Najmanja brzina kojom treba da se izbaciti telo sa neke planete da bi izašlo iz zone dejstva gravitacionog polja te planete.

$$v_2 = 11.2 \text{ km/s}$$