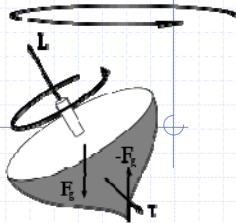
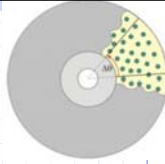


Dinamika krutog tela

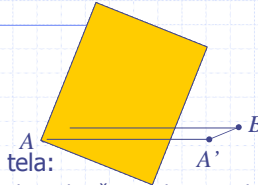
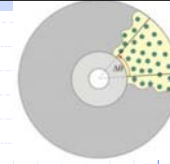
- ◆ Vrste kretanja krutog tela (AP 52-53)
- ◆ Moment sile (AP 53-55)
- ◆ Moment inercije (AP 55-56)
- ◆ Stajnerova teorema (AP 56-57)



Dinamika krutog tela

◆ Vrste kretanja krutog tela.

- Kruto telo
 - pod dejstvom sile ne menja oblik,
 - međusobna rastojanja čestica su ista.
- Dve vrste kretanja krutog tela:
 - translacija,
 - rotacija.

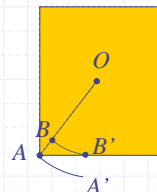


- Translatorno kretanje tela:
 - linija koja povezuje bilo koje dve čestice krutog tela zadržava pravac u prostoru;
 - dovoljno je poznavati kretanje jedne tačke (npr. centra mase),
 - sve tačke tela imaju iste brzine i ubrzanja u datom trenutku,
 - svodi se na kretanje MT.

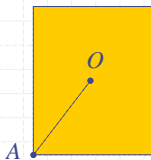
Dinamika krutog tela

◆ Vrste kretanja krutog tela.

- Rotaciono kretanje tela:
 - sve čestice se kreću po kružnim linijama,
 - centri kružne linije leže u jednoj tački (osa rotacije)
 - sve čestice imaju istu ugaonu brzinu.



■ Rotacija i translacija:



O

A'

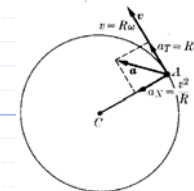
Dinamika krutog tela

◆ Moment sile.

- Uticaj sile na rotaciju tela opisuje se momentom sile.

■ Kretanje MT oko ose rotacije:

- kretanje je ubrzano,
- periferijsko ubrzanje ima:
 - radijalnu komponentu,
 - tangencijalnu komponentu.
- sila koja deluje na MT ima:
 - radijalnu komponentu,
 - tangencijalnu komponentu.



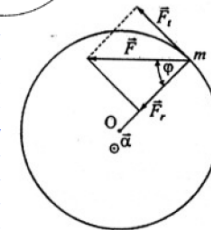
$$F_r = m\omega^2 R$$

$$F_t = mR\alpha$$

- samo dejstvo tangencijalne komponente sile dovodi do rotacije.

$$F_t = F \sin \varphi$$

- ugaono ubrzanje ima pravac ose rotacije smer - pravilo desnog zavrtnja (od platna)



Dinamika krutog tela

◆ Moment sile.

- Tangencijalna komponenta sile pomnožena sa poluprečnikom kružne linije definiše intenzitet momenta sile (torziju).

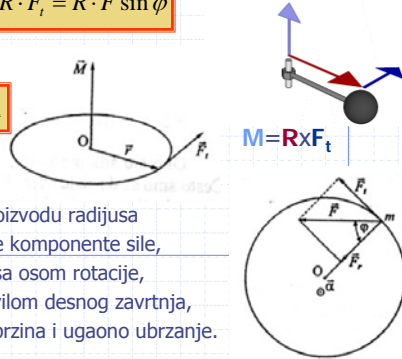
$$|\vec{M}| = R \cdot F_t = R \cdot F \sin \varphi$$

- Vektorski proizvod:

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F} = \vec{R} \times \vec{F}_t$$

- Moment sile:

- ♦ vektor,
- ♦ jednak vektorskom proizvodu radijusa vektora i tangencijalne komponente sile,
- ♦ pravac je koaksijalan sa osom rotacije,
- ♦ smer se određuje pravilom desnog zavrtnja,
- ♦ isti smer kao ugaona brzina i ugaono ubrzanje.

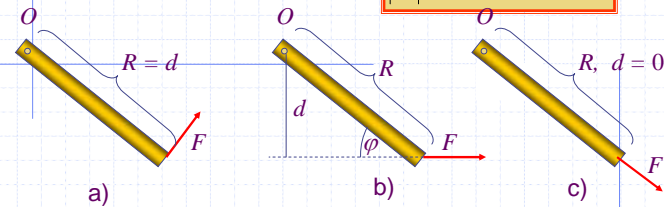


Dinamika krutog tela

◆ Moment sile.

- Intenzitet momenta sile jednak je proizvodu intenziteta sile i njenog kraka.

$$|\vec{M}| = F \cdot R \sin \varphi = F \cdot d$$



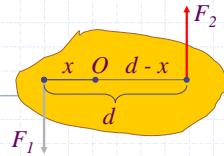
- Ako na telo deluje više sila ukupni moment biće jednak zbiru momenata pojedinih sila:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots \quad \vec{M} = \sum_1^n \vec{M}_i$$

Dinamika krutog tela

◆ Moment sile.

- Par sila – spreg sila.



$$M = M_1 + M_2 = F_1 x + F_2 (d-x) = F_1 x + F_2 d - F_2 x \quad , \quad F_1 = F_2 = F$$

$$M = Fx + Fd - Fx$$

$$M = Fd$$

Dinamika krutog tela

◆ Moment inercije.

- Moment inercije je kvantitativna mera svojstva tela da se suprotstavlja rotaciji.
- Moment inercije u rotacionoj dinamici je analogna veličina masi u dinamici.
- Predstavlja inerciju krutog tela koje rotira u odnosu na njegovu rotaciju.
- Moment inercije materijalne tačke:
 - ♦ Skalarna veličina jednaka proizvodu mase i kvadrata njenog rastojanja od ose rotacije.

$$I = mR^2$$

Skakači minimiziraju moment inercije kako bi povećali brzinu rotacije.



Dinamika krutog tela

◆ Moment inercije.

- ◆ Moment inercije tela u odnosu na osu rotacije.

- ◆ telo se podeli na elementarne mase Δm_i ,
- ◆ svaka elementarna masa ima svoje rastojanje do ose rotacije R_i ,
- ◆ moment inercije $\Delta m_i R_i^2$,

$$I = \Delta m_1 R_1^2 + \Delta m_2 R_2^2 + \dots + \Delta m_n R_n^2 = \sum \Delta m_i R_i^2$$

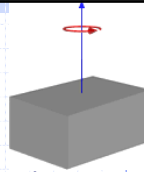
- ◆ Ako je gustina tela:

$$\rho = \frac{\Delta m_i}{\Delta V}$$

$$I = \sum \rho R_i^2 \Delta V_i$$

- ◆ Ili u graničnim slučajevima:

$$I = \int R^2 dm = \int_V R^2 \rho dV$$



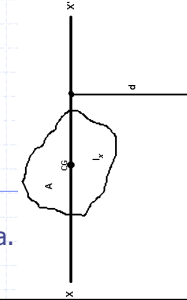
Dinamika krutog tela

◆ Štajnerova teorema.

- ◆ Omogućava izračunavanje momenta inercije u odnosu na bilo koju osu rotacije.
 - ◆ Moment inercije u odnosu na proizvoljnu osu zz' jednak je momentu inercije u odnosu na osu koja prolazi kroz težište tela (xx') i paralelna je datoj osi koji se uvećava za proizvod mase tela i kvadrata rastojanja između tih osa.

$$I = I_0 + md^2$$

- ◆ Štajnerova teorema svodi izračunavanje momenta inercije u odnosu na proizvoljnu osu, na izračunavanje momenta inercije u odnosu na osu koja prolazi kroz težište tela.

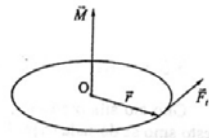


Test pitanja - kolokvijum

1. Moment sile.

- ◆ Uticaj sile na rotaciju tela opisuje se momentom sile. Moment sile je vektorska veličina jednaka vektorskom proizvodu radijusa vektora i tangencijalne komponente sile. Pravac je koaksijalan sa osom rotacije a smer se određuje pravilom desnog zavrtnja.

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F} = \vec{R} \times \vec{F}_t$$



2. Moment inercije.

- ◆ Moment inercije u rotacionoj dinamici je analogna veličina masi u dinamici. Predstavlja inerciju krutog tela koje rotira u odnosu na njegovu rotaciju. Moment inercije materijalne tačke je skalarna veličina jednaka proizvodu mase i kvadrata njenog rastojanja od ose rotacije.

$$I = mR^2$$

Test pitanja - kolokvijum

3. Moment inercije tela.

- ◆ Moment inercije tela u odnosu na osu rotacije:

$$I = \Delta m_1 R_1^2 + \Delta m_2 R_2^2 + \dots + \Delta m_n R_n^2 = \sum \Delta m_i R_i^2$$

4. Štajnerova teorema.

- ◆ Omogućava izračunavanje momenta inercije u odnosu na bilo koju osu rotacije.
- ◆ Moment inercije u odnosu na proizvoljnu osu zz' jednak je momentu inercije u odnosu na osu koja prolazi kroz težište tela (xx') i paralelna je datoj osi koji se uvećava za proizvod mase tela i kvadrata rastojanja između tih osa.

$$I = I_0 + md^2$$

