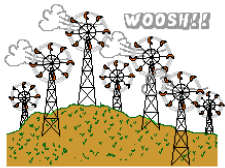
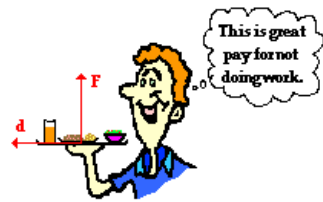
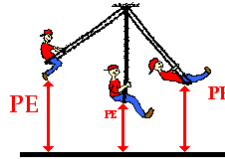


Rad i energija

- ◆ Rad (AP 45-46)
- ◆ Snaga (AP 46)
- ◆ Energija (AP 46-50)
 - Potencijalna energija.
 - Kinetička energija
- ◆ Zakon održanja energije (AP 50-52)



The kinetic energy of high speed winds contributes to its ability to do work.

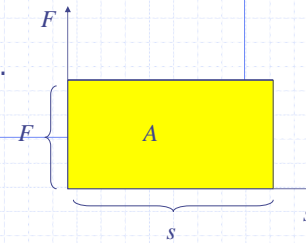


Rad i energija

- ◆ Rad.
 - Da bi rad bio izvršen neophodno je postojanje sile.
 - Sila vrši rad:
 - ◆ pri pomicanju tela s jednog na drugo mesto,
 - ◆ pri deformaciji tela.
 - Rad je skalarna veličina.
 - Jedinica je džul ($J=N \cdot m$).
 - Slučaj 1: Isti pravac i smer konstantne sile i pomeraja tela.

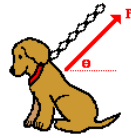


$$A = F \cdot s$$



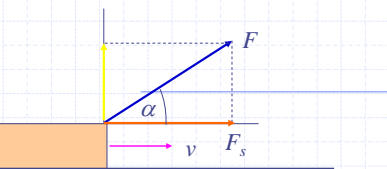
Rad i energija

- ◆ Rad.
 - Slučaj 2: Konstantna sila koja deluje na telo zaklapa neki ugao sa pravcem pomeranja.
 - Rad je jednak skalarnom proizvodu vektora sile i vektora pomeraja:



Only the horizontal component of the force ($F \cdot \cos \theta$) causes a horizontal displacement.

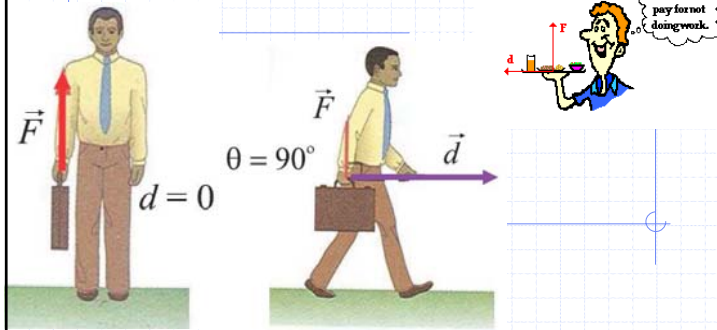
$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cos \alpha = F_s s$$



Rad i energija

- ◆ Rad.
 - Rad se ne vrši ako se telo ne pomera i ako je ugao između pravca vektora sile i vektora pomeraja 90° .

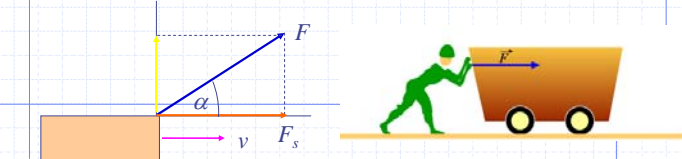
$$A = F \cdot s \cos \alpha$$



Rad i energija

◆ Rad.

- Rad je pozitivan ako je $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$. $A = F \cdot s \cos \alpha$



- Rad je negativan ako je $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, sila sprečava kretanje koje se vrši (sila trenja).

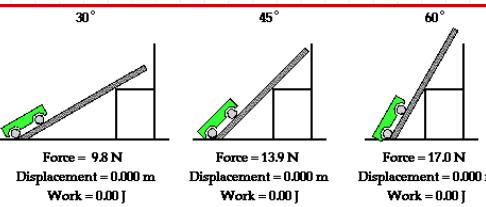
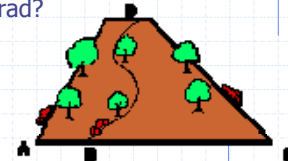


Rad i energija

◆ Rad.

$$A = F \cdot s \cos \alpha$$

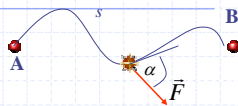
- Automobil se kreće iz podnožja do vrha planine različitim putevima. Koji put zahteva veći rad?



Rad i energija

◆ Rad.

- Slučaj 3: Promenljiva sila koja deluje na telo zaklapa promenljivi ugao sa pravcem pomeranja.
 - sila je zavisna od pomeraja,
 - pomeranje tela se vrši po proizvoljnoj krivoj liniji.



- Pri diferencijalno malom pomeraju može se smatrati da je sila konstantna i da izvrši elementarni rad:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

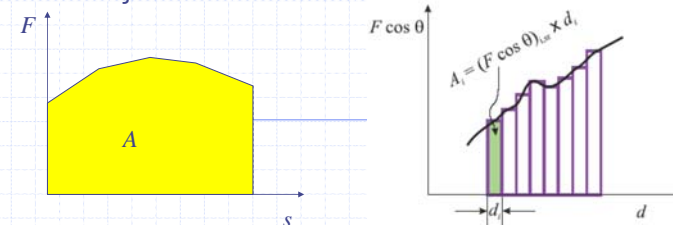
Rad i energija

◆ Rad.

- Ukupni rad koji izvrši promenljiva sila pomeranjem tela iz tačke A u tačku B dobija se integraljenjem elementarnih radova duž celog puta:

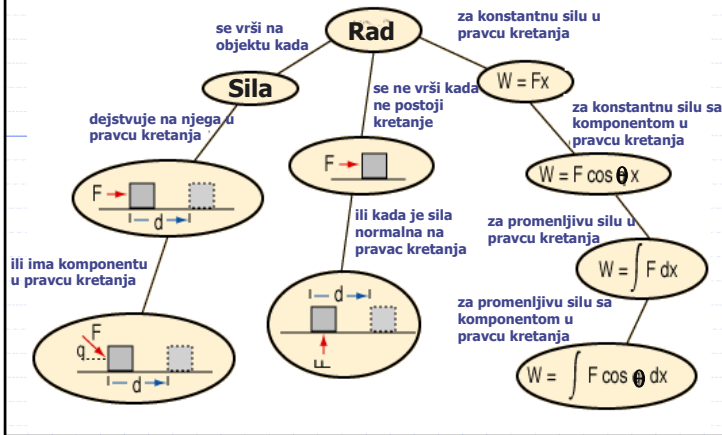
$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

- Rad je linijski integral sile od početne do krajnje tačke delovanja sile



Rad i energija

◆ Rad.



Rad i energija

◆ Snaga.

- Isti rad se može izvršiti za različito vreme.

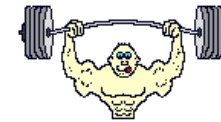
- Sila je korisnija ukoliko za kraće vreme izvrši rad.
- Snaga je fizička veličina koja karakteriše brzinu izvršenog rada.
- Ako je snaga nepromenljiva jednaka je odnosu izvršenog rada i vremena za koje se taj rad izvrši:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- Jedinica za snagu je vat (1W=J/s).
- Ako je snaga promenljiva gornja jednačina definiše srednju snagu.



Rock climbers do a lot of work at a slow rate; their power is small.



Rad i energija

◆ Snaga.

- Kada je sila promenljiva trenutna snaga se određuje kao:

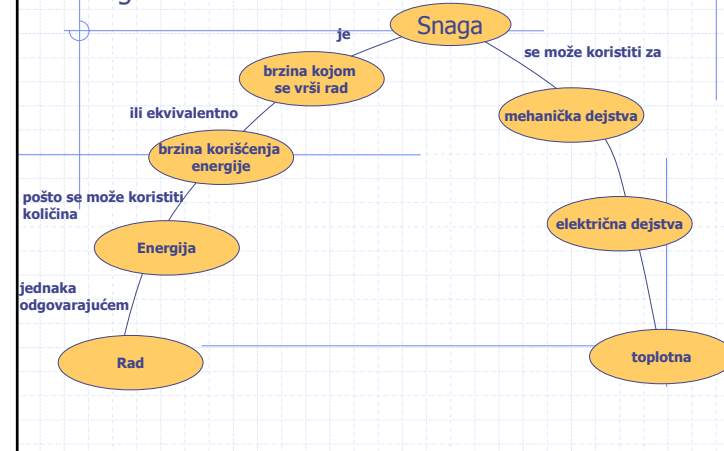
$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \theta$$

- Snaga je u svakom trenutku proporcionalna projekciji sile na pravac kretanja i brzini kretanja.



Rad i energija

◆ Snaga.



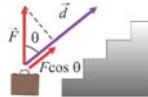
Rad i energija

◆ Energija.

● Sila:

- ♦ uslovljava kretanje tela,
- ♦ vrši rad, ali i
- ♦ menja mehaničko stanje tela
 - dizanjem tela uvis povećava se njegova visina,
 - sabijanjem gasa povećava se pritisak,
 - sabijanjem opruge povećava se elastično naprezanje,
 - ubrzavanjem tela menja se brzina i sl.

- Vraćanjem tela na koje je delovala sila u prvobitno stanje ona su u mogućnosti da vrše rad na drugim telima.
- Rad koji tela mogu da izvrše jednak je uloženom radu pri promeni njihovog stanja.
- Vršanjem rada nad nekim telom predaje mu se energija.
- Telo koje je dobilo energiju sposobno je da vrši rad.



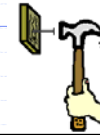
Rad i energija

◆ Energija.

- Sposobnost tela da vrši rad karakteriše se fizičkom veličinom koja se naziva energija.
 - ♦ što telo ima veću energiju to je sposobnije da izvrši rad;
 - ♦ kada telo vrši rad energija mu se smanjuje;
 - ♦ kada okolina vrši rad na telo energija mu se povećava.
- Rad se transformiše u energiju i obrnuto.
- Energija koju telo izgubi pri vršenju rada ili dobije pri vršenju rada nad njim brojno je jednaka tom radu.

$$E = A$$

- Energija je skalarna veličina.
- Jedinica (kao i za rad) je džul [J].



Rad i energija

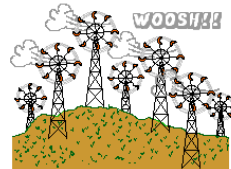
◆ Energija.

● Postoji razlika između rada i energije?

- ♦ energija je veličina koju telo poseduje i određuje njegovo stanje;
- ♦ rad je veličina koju telo ne poseduje i određuje promenu stanja;
- ♦ rad je proces u kome se jedan vid energije pretvara u drugi.

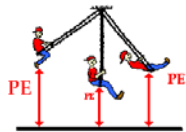
■ Oblici energije:

- ♦ **mehanička,**
- ♦ toplotna,
- ♦ elektromagnetna,
- ♦ hemijska,
- ♦ nuklearna ...



■ Vidovi energije:

- ♦ kinetička energija uslovljena kretanjem tela,
- ♦ potencijalna energija uslovljena položajem tela u nekom polju.



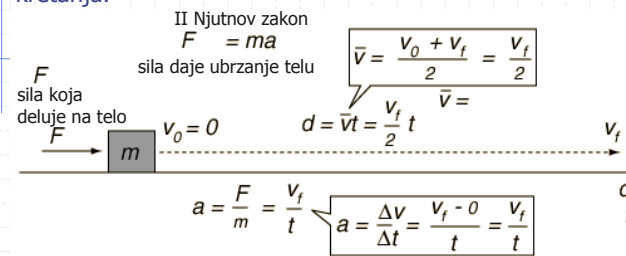
$$E = A$$

Rad i energija

◆ Energija.

- Kinetička energija je energija kretanja.
- Kinetička energija je energija koju telo poseduje zbog kretanja.

$$KE = \frac{1}{2} mv^2$$



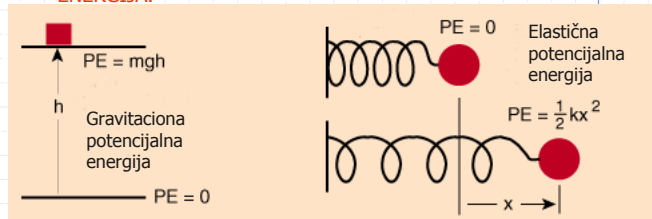
$$\text{rad koji vrši sila} = Fd = mad = m a \bar{v} t = m \frac{v_f}{t} \frac{v_f}{2} t = \frac{1}{2} m v_f^2 = \text{kinetička energija}$$

Rad i energija

◆ Energija.

? Potencijalna energija se javlja zbog položaja tela u odnosu na drugo telo ili zbog konfiguracije tela ili sistema tela.

- Telo mase m podignuto na neku visinu h iznad Zemlje ima određenu potencijalnu energiju i sposobno je da vrši neki rad spuštajući se ka Zemlji. **GRAVITACIONA ENERGIJA.**
- Nategnuta opruga ima određenu potencijalnu energiju i sposobna je da vrši rad vraćajući se u nerastegnuto stanje. **ELASTIČNA ENERGIJA.**



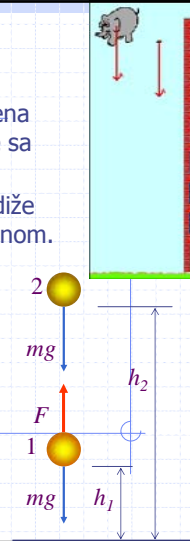
Rad i energija

◆ Energija.

- Gravitaciona potencijalna energija je određena radom koji treba izvršiti da se telo podigne sa jednog nivoa na drugi.
- Sila F jednaka po intenzitetu težini tela podiže telo sa nivoa 1 na nivo 2 konstantnom brzinom.
- Telo ne povećava kinetičku energiju.
- Telo je povećalo visinu za $h = h_2 - h_1$.
- Rad koji izvrši sila jednak je povećanju potencijalne energije tela.

$$E_p = A = F \cdot h = Q \cdot h = mgh$$

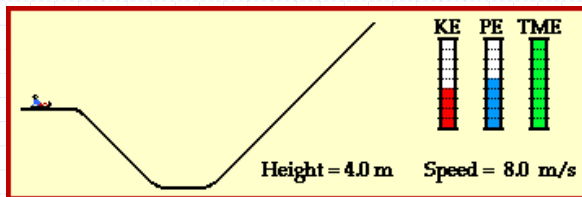
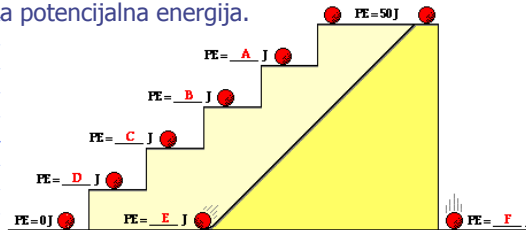
- Gravitaciona potencijalna energija zavisi samo od visine tela.



Rad i energija

◆ Energija.

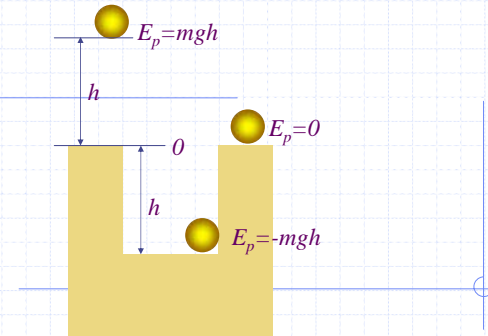
- Gravitaciona potencijalna energija.



Rad i energija

◆ Energija.

- Gravitaciona potencijalna energija može biti i negativna.

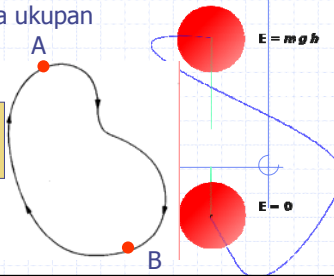


Rad i energija

◆ Energija.

- U gravitacionom polju rad sile na promeni visine tela ne zavisi od oblika putanje.
- Rad je određen samo početnom i krajnjom tačkom.
- Gravitacione polje je konzervativno.
- Sila se naziva potencijalnom ili konzervativnom.
- Ako je putanja zatvorena linija ukupan rad je nula.

$$\left. \begin{array}{l} AB : A = E_p = mgh \\ BA : A_1 = -E_p = -mgh \end{array} \right\} \Rightarrow A + A_1 = 0$$

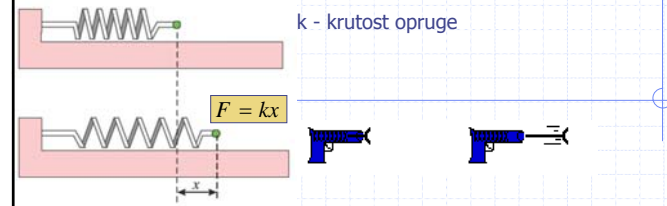


Rad i energija

◆ Energija.

- Elastičnu potencijalnu energiju poseduje telo nad kojim je izvršen rad protiv elastične sile.
- Elastična sila je proporcionalna pomeraju (Hukov zakon).
- Rad pri istezanju (ili natezanju) opruge jednak je potencijalnoj energiji koju je opruga dobila pri tome:

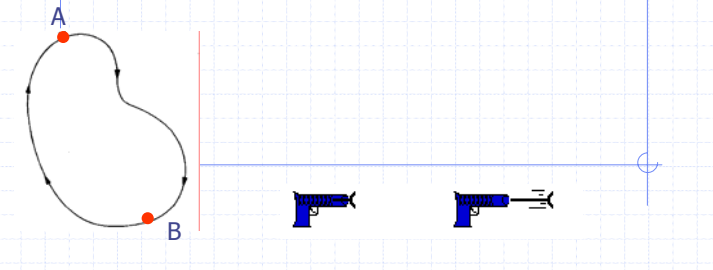
$$E_p = A = \int_0^x F dx = \int_0^x kx dx = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2$$



Rad i energija

◆ Energija.

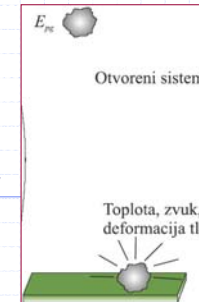
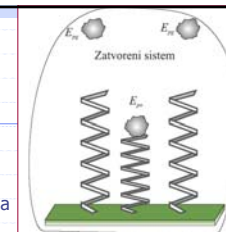
- Rad gravitacione i elastične sile zavisi samo od krajnje i početne tačke putanje a ne i od načina kako se došlo od jedne do druge tačke.
- Sile koje imaju tu osobinu nazivaju se konzervativne.
- Kada se poklope krajnja i početna tačka rad je jednak nuli.



Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

- Sile se mogu podeliti na:
 - unutrašnje (konzervativne) sile;
 - rad ne zavisi od oblika putanje,
 - oblik energije objekta se menja (potencijalna u kinetičku, i obrnuto),
 - ukupna energija se konzervira - održava,
 - sistemi su zatvoreni,
 - gravitaciona sila, elastična sila ...
 - spoljašnje (nekonzervativne) sile:
 - rad zavisi od oblika putanje,
 - sistemu se dodaje ili oduzima energija,
 - ukupna energija se ne konzervira - ne održava,
 - sistemi su otvoreni,
 - sila trenja, sila otpora vazduha, prinudna sila...



Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

- Mehanička energija je energija koju poseduje telo usled kretanja ili položaja u odnosu na druga tela.

- Oblici mehaničke energije:

- kinetička energija,
- potencijalna energija.

$$E = E_p + E_k$$

- Telo može da ima i kinetičku i potencijalnu energiju i na osnovu toga sposobnost da vrši rad.

- Zakon održanja mehaničke energije:

- Ukupna mehanička energija jednog tela ostaje nepromenjena ako na telo deluju samo konzervativne sile.

$$E = E_p + E_k = \text{const}$$

- Ukupna mehanička energija zatvorenog sistema tela, između kojih deluju potencijalne sile ostaje nepromenjena.



Rad i energija

jednoliko ubrzano kretanje

◆ Zakon održanja energije.

$$v = v_0 + at$$

$$s = s_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2}$$

- Primer: slobodno padanje.

slobodan pad

$$v_0 = 0, s_0 = 0, s = h, a = g$$

$$\left. \begin{aligned} v &= gt \\ h &= g \frac{t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h = g \frac{v^2}{2g^2} = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

2

$$E_k = 0, E_p = mgh$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\sqrt{2gh}^2}{2} = mgh = E_p$$

1

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, E_p = 0$$

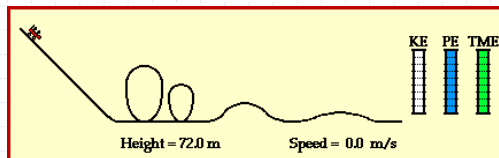
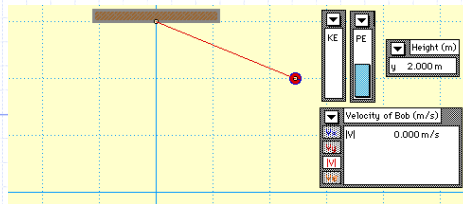
na bilo kojoj visini

$$E = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}$$

Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

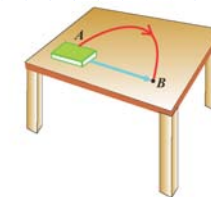
- Primeri



Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

- Kod otvorenih sistema pod dejstvom nekonzervativnih sila (npr. sila trenja) mehanička energija se pretvara u neki drugi vid energije (npr. pri trenju se zagreva površina pa energija prelazi u toplotu i napušta sistem).



- Opšti zakon održanja energije:

- Energija se ne može izgubiti ali se ne može ni iz čega stvoriti, moguće je samo pretvaranje jednog vida energije u drugi.

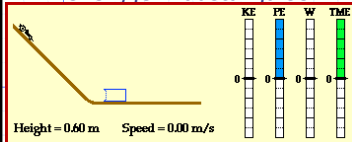
- Perpetuum mobile prve vrste je nemoguće:

- mašina koja bi se večito kretala i vršila rad bez ulaganja bilo koje druge energije.

Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

- Primer: Automobil koji koči gubi usled trenja deo mehaničke energije i zaustavlja se.



Rad i energija

◆ Zakon održanja energije.

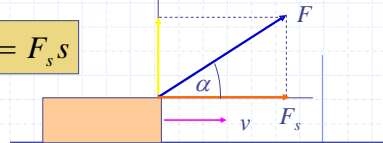
- Primer: Pri padu projektila deo energije projektila se gubi i pretvara u potencijalnu elastičnu energiju.

Test pitanja - kolokvijum

1. Rad.

- Da bi rad bio izvršen neophodno je postojanje sile. Sila vrši rad pri pomeranju tela s jednog na drugo mesto i pri deformaciji tela. Rad je skalarna veličina i jednak je skalarnom proizvodu vektora sile i vektora pomeraja.

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cos \alpha = F_s s$$



2. Kada je rad jednak nuli, pozitivan ili negativan.

- Rad se ne vrši ako se telo ne pomera i ako je ugao između pravca vektora sile i vektora pomeraja 90° .
- Rad je pozitivan ako je $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
- Rad je negativan ako je $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ - sila sprečava kretanje koje se vrši.

Test pitanja - kolokvijum

3. Snaga.

- Snaga je fizička veličina koja karakteriše brzinu izvršenog rada. Snaga je jednaka odnosu izvršenog rada i vremena za koje se taj rad izvrši. Snaga je skalarna veličina jednaka proizvodu vektora sile i brzine kretanja.

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha$$

4. Energija.

- Energija je skalarna veličina i definiše sposobnost tela da vrši rad. Energija se transformiše u rad i obrnuto. Energija koju telo izgubi pri vršenju rada ili dobije pri vršenju rada nad njim brojno je jednaka tom radu.

$$E = A$$

5. Kinetička energija.

- Kinetička energija je energija koju telo poseduje zbog kretanja.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Test pitanja - kolokvijum

6. Gravitaciona potencijalna energija.

- Gravitaciona potencijalna energija je određena radom koji treba izvršiti da se telo podigne sa jednog nivoa na drugi. Telo mase m podignuto na neku visinu h iznad Zemlje ima određenu potencijalnu energiju i sposobno je da vrši neki rad spuštajući se ka Zemlji.

$$E_p = mgh$$

7. Elastična potencijalna energija.

- Elastičnu potencijalnu energiju poseduje telo nad kojim je izvršen rad protiv elastične sile. Nategnuta opruga ima određenu potencijalnu energiju i sposobna je da vrši rad vraćajući se u nerastegnuto stanje.

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Test pitanja - kolokvijum

8. Konzervativne sile i zakon održanja energije.

- Kod konzervativnih sila rad ne zavisi od oblika putanje već samo od početne i krajnje tačke.
- Ukupna energija zatvorenog sistema ostaje nepromenjena ako na sistem deluju samo konzervativne sile.

$$E = E_k + E_p = \text{const}$$

7. Nekonkonzervativne sile i zakon održanja energije.

- Kod nekonzervativnih sila rad zavisi od oblika putanje. Kod otvorenih sistema pod dejstvom nekonzervativnih sila mehanička energija se pretvara u neki drugi vid energije.
- Energija se ne može izgubiti ali se ne može ni iz čega stvoriti, moguće je samo pretvaranje jednog vida energije u drugi.