

## Dinamika

Oblast mehanike koja proučava kretanje uzimajući u obzir uzroke kretanja i osobine tela koja se kreću.

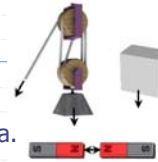
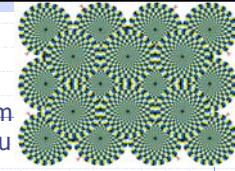
- ◆ Sila i masa (AP 34)
- ◆ Njutnovi zakoni mehanike (AP 35-37)
- ◆ Težina tela, gustina (AP 38-40)  
specifična zapremina i gustina
- ◆ Sila trenja (AP 40-41)
- ◆ Impuls i impuls sile (AP 41-42)
- ◆ Zakon održanja impulsa (AP 42-44)



## Dinamika

### ◆ Sila.

- ◆ Svako telo u prirodi je okruženo drugim telima koja se kreću ili miruju u odnosu na to telo.
- ◆ Kretanje je izazvano međusobnim dejstvom tela - interakcijom:
  - ◆ direktna interakcija - neposredni dodir tela (guranje ili vuča tela)
  - ◆ indirektna interakcija se ostvaruje preko materijalne sredine, odnosno fizičkog polja (npr. gravitaciona sila).
- ◆ Mera interakcije dva tela je fizička veličina koja se naziva sila.
- ◆ Sila na telo deluje dvojako:
  - ◆ menja mu stanje kretanja,
  - ◆ menja oblik tela, odnosno deformiše ga.
- ◆ Dinamika proučava samo prvo delovanje sile.



## Dinamika

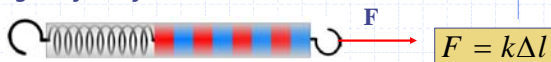
### ◆ Sila.

- ◆ Sila je vektorska veličina određena:
  - ◆ intenzitetom,
  - ◆ pravcem i smerom, i
  - ◆ napadnom tačkom.

$$\vec{F} [\text{N}]$$



- ◆ Najjednostavniji način merenja sile je dinamometrom - elastičnom oprugom koja je na jednom kraju učvršćena a na drugi kraj deluje sila.



## Dinamika

### ◆ Sila.

- ◆ Sile koje deluju u prirodi mogu se grupisati u četiri osnovne vrste interakcije:
  - ◆ gravitaciona sila između bilo koja dva tela,
  - ◆ elektromagnetna sila između naelektrisanih tela u mirovanju
  - ◆ sila jake interakcije između nukleona u jezgru, i
  - ◆ sila slabe interakcije pri radioaktivnom raspadu jezgra.

## Dinamika

### ◆ Masa i inercija.

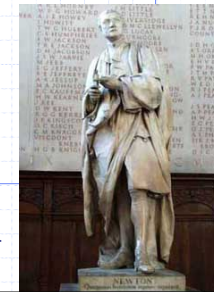
- Dejstvo iste sile na različita tela izaziva različite promene kretanja tela.
- Svojstvo tela da se suprotstavlja promeni stanja kretanja naziva se inercija.
- Kvantitativna mera za inerciju tela je fizička veličina koja se naziva masa:
  - što je masa veća to je telo inertnije (tromije).
- Masa je skalarna i uvek pozitivna veličina.
- Masa određuje i gravitaciona svojstva tela:
  - što je masa veća to je i gravitaciona (privlačna) sila na drugo telo veća.

$$m[\text{kg}]$$

## Dinamika

### ◆ Njutnovi zakon mehanike.

- Osnovu dinamike čine tri Njutnova zakona.
- Na osnovu njih je izgrađena klasična (Njutnova) mehanika.
- Njutnova mehanika dobro opisuje makroskopske pojave, odnosno kretanja tela dimenzija mnogo većih od atoma koja se kreću brzinama mnogo manjim od brzine svetlosti.
- Kvantna mehanika se koristi za opisivanje mikrosveta.
- Relativistička mehanika se koristi za opisivanje kretanja velikim brzinama.

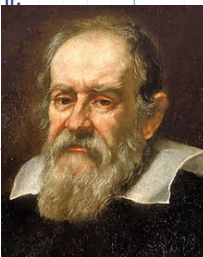


Isak Njtn  
britanski fizičar  
1643-1727

## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

- Galileo je prvi naučnik koje je razvio koncept inercije u XVII veku.
- Galileo je uočio da se telo u kretanju može zaustaviti zbog sile trenja.
- U eksperimentima je koristio dve ravni nagnute jedna prema drugoj i kretanje kuglice po toj ravni.
- Uočio je da kuglica koja se kotrlja niz jednu ravan dostiže skoro istu visinu i na drugoj ravni.



Galileo Galilej  
Italijanski fizičar, matematičar, astronom i filozof  
1564-1642

## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

- Razlika između početne i krajnje visine može biti samo zbog prisustva trenja.
- Ako nema trenja visine će biti iste.



- Bez obzira na nagib druge ravni visina će biti ista.
- Ako je nagib druge ravni 0 kuglica će se kretati beskonačno dugo bez obzira na početnu visinu.



## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

- Proučavajući Galilejova razmatranja Njutr je došao do prvog zakona:

**Svako telo ostaje u stanju mirovanja ili uniformnog pravolinijskog kretanja sve dok dejstvom spoljnih sila nije prinuđeno da svoje stanje promeni.**

- Ako na telo ne deluju spoljašne sile ono ne menja svoju brzinu ni po veličini, ni po pravcu, ni po smeru.

$$\vec{v} = \text{const}, \quad \vec{a} = 0$$



## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

- Kada telo ne menja brzinu (kao vektorsku veličinu) kaže se da se kreće po inerciji.

- Zakon nosi naziv i zakon inercije:

- ♦ inercija je svojstvena svakom telu, što znači da telo teži da zadrži stanje mirovanja ili jednolikog pravolinijskog kretanja,
- ♦ sila nije neophodan uzrok kretanja,
- ♦ promenu kretanja tela izaziva sila,
- ♦ ako na telo dejstvuje samo jedna sila ono ne može biti u stanju mirovanja.

- Prvi Njutnov zakon važi kada na telo ne deluju druga tela ili je rezultujuća sila jednaka nuli.



## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

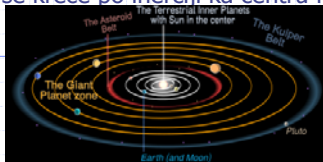
- Prvi Njutnov zakon ne važi u svakom referentnom sistemu.

- ♦ Npr. kuglica koja miruje na stolu u vozu koji se kreće uniformno pravolinijski pomeriće se kada voz uspori ili ubrza, iako okolina pri tome ne deluje na nju.

- Referentni sistemi za koje važi I Njutnov zakon nazivaju se inercijalni sistemi:

- ♦ svaki sistem koji miruje ili se uniformno pravolinijski kreće u odnosu na neki inercijalni sistem je ponovo inercijalni sistem.

- Heliocentrični sistem vezan za Sunce je inercijalni sistem - Sunčev sistem se kreće po inerciji ka centru naše Galaksije.



## Dinamika

### ◆ Prvi Njutnov zakon.

- Referentni sistem vezan za Zemlju može se smatrati inercijalnim iako se Zemlja kreće oko Sunca po eliptičnoj putanji i istovremeno rotira oko svoje ose jer je ubrzanje malo.

- Svi referentni sistemi koji se kreću konstantnom brzinom u odnosu na površinu Zemlje su inercijalni.



## Dinamika

### ◆ Drugi Njutnov zakon.

- Opisuje karakteristike kretanja tela kada na njega dejstvuje neka spoljašnja sila.
- U oblasti Njutnove mehanike za brzine kretanja tela mnogo manje od brzine svetlosti II Njutnov zakon u nerelativističkom obliku može se formulisati kao:

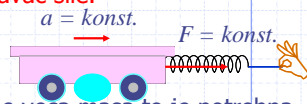
Ubrzanje objekta na koga dejstvuje sila je direktno proporcionalno sili i ima isti pravac sile.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Masa je mera za inerciju. Što je veća masa to je potrebna veća sila za isto ubrzanje.

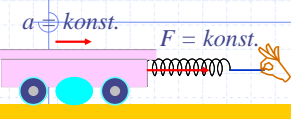
- Jedinica za silu:

$$[F] = [m][a] = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2 = 1\text{N}$$

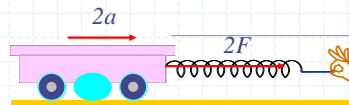
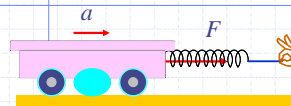


## Dinamika

### ◆ Drugi Njutnov zakon.



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$



## Dinamika

### ◆ Drugi Njutnov zakon.

- Za uopšteniju definiciju uvodi se pojam impulsa ili količine kretanja:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad [p] = [m][v] = \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

- vektorska veličina,
- kolinearan sa vektorom brzine,
- intenzitet je brojno jednak proizvodu mase i brzine tela,
- jedinica [ $\text{kgms}^{-1}$ ].

- II Njutnov zakon u relativističkom obliku definiše kako sila dejstvuje na promenu impulsa:

Promena impulsa čestice u vremenu je proporcionalna sili koja na nju dejstvuje i vrši se u pravcu sile.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

## Dinamika

### ◆ Drugi Njutnov zakon.

- II Njutnov zakon u nerelativističkom obliku (kada je masa tela konstantna) može se dobiti iz uopštenog oblika:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

- Gornja jednačina ujedno daje i jednačinu kretanja tela.
- Prvi i drugi zakon su nezavisni:
  - prvi definiše svojstva tela, a
  - drugi karakteristike kretanja tela pod dejstvom sile.



## Dinamika

### ◆ Drugi Njutnov zakon.

- U slučaju delovanja više sila na telo, dejstvo svake sile na telo ne zavisi od:
  - toga da li telo miruje ili se kreće, i
  - broja sila koje deluju na telo.

- Telo se ponaša kao da na njega deluje samo rezultujuća sila:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_R$$

- Princip nezavisnog delovanja sila dopušta da se sila i ubrzanje razlože na komponente i da se posmatraju nezavisno:

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = ma_x$$

$$F_y = m \frac{dv_y}{dt} = ma_y$$

$$F_z = m \frac{dv_z}{dt} = ma_z$$

## Dinamika

### ◆ Treći Njutnov zakon.

- U I i II Njutnovom zakonu obuhvaćeno je dejstvo sile samo na jedno telo od strane drugog.
- Sila karakteriše interakciju dva tela pa postoji i dejstvo prvog tela na drugo telo.

- III Njutnov zakon opisuje uzajamno dejstvo dva tela:

Uzajamna dejstva dva tela su uvek međusobno jednaka i suprotno usmerena.

Akcija je uvek suprotna i jednaka reakciji.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



## Dinamika

### ◆ Treći Njutnov zakon.

- Pri uzajamnom dejstvu dva tela jedna sila je akcija, druga je reakcija.
- Svejedno je koju silu smatramo akcijom a koju reakcijom - obe sile su iste prirode.
- Pod dejstvom sila akcije i reakcije tela mogu promeniti stanje kretanja ili izvršiti neku deformaciju.

Ako su sile iste zašto se manja kuglica brže kreće od veće?

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{F}_{AB}}{m_A} \quad m_B \vec{a}_B = -m_A \vec{a}_A \quad \vec{a}_B = \frac{\vec{F}_{BA}}{m_B}$$

$$\vec{a}_A = -\frac{m_B}{m_A} \vec{a}_B$$

## Dinamika

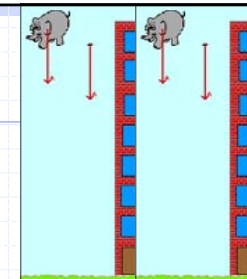
### ◆ Težina tela.

- Sva tela padaju na Zemlju ako to padanje ne sprečava drugo telo.
- Uzrok kretanja je gravitaciona sila Zemlje.
- U bezvazdušnom prostoru sva tela padaju sa istim ubrzanjem  $g$  - ubrzanje sile Zemljine teže.
- Zemlja deluje na svako telo silom:

$$\vec{F}_G = m\vec{g}$$

- Otpor vazduha uslovljava da tela veće mase brže padaju.

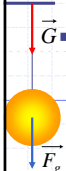
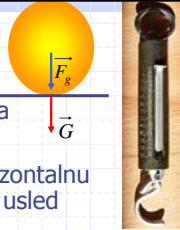
$a = \frac{F_{\text{net}}}{m}$
$a = \frac{1000 \text{ N}}{100 \text{ kg}}$
$a = 10.0 \text{ m/s}^2$ (down)



## Dinamika

### ◆ Težina tela.

- Iako sila Zemljine teže uslovljava težinu tela ipak ove dve veličine nisu iste.
- Težina tela je sila kojom telo deluje na horizontalnu podlogu, rasteže oprugu ili zateže konopac usled delovanja Zemljine teže:  $\vec{Q} = m\vec{g}$
- Uopšteno, težina tela je određena svim silama koje deluju na telo, a ne samo silom gravitacije:
  - ♦ težina tela u vodi i vazduhu je manja od težine tela u vakuumu i jednaka je razlici gravitacione sile i sile potiska.
- Težina je sila a jedinica je [N].
- Masa je osobina nekog tela, a težina sila kojom telo deluje na podlogu.



## Dinamika

### ◆ Gustina, specifična zapremina i specifična težina.

- Iste zapremine različitih tela nemaju iste mase.
- Odnosi između mase, zapremine i težine su konstante - karakteristike tela:

- ♦ Gustina tela;  $\rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

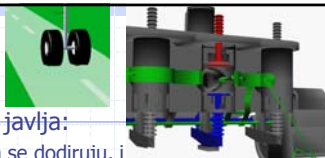
- ♦ Specifična zapremina;  $V_s = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$

- ♦ Specifična težina;  $\sigma = \frac{Q}{V} \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right]$

## Dinamika

### ◆ Trenje.

- Makroskopska pojava koja se javlja:
  - ♦ pri relativnom kretanju tela koja se dodiruju, i
  - ♦ pri relativnom pomeranju delova nekog tela.
- Podela 1:
  - ♦ spoljašnje trenje – trenje između dva tela koja su u neposrednom dodiru,
  - ♦ unutrašnje trenje - trenje između delova jednog istog tela.
- Podela 2:
  - ♦ viskozno trenje - trenje između slojeva u tečnosti i gasovima, trenje pri kretanju čvrstog tela kroz fluid, trenje između dva čvrsta tela između kojih se nalazi fluid,
  - ♦ suvo trenje - trenje u odsustvu bilo kakvog međusloja,
  - ♦ trenje klizanja,
  - ♦ trenje kotrljanja.



## Dinamika

### ◆ Trenje.

- Javlja se sila trenja:
  - ♦ posledica međusobnog dejstva molekula različitih tela u blizini njihovog dodira;
  - ♦ suprotstavlja se kretanju pa se često zove i otpor kretanju;
  - ♦ intenzitet zavisi od:
    - prirode tela koja se dodiruju,
    - agregatnog stanja tela,
    - uglačanosti površine dodira,
    - sile kohezije i adhezije tela koja se dodiruju,
    - relativne brzine kretanja.

## Dinamika

### ◆ Trenje.

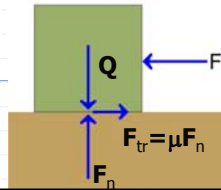
#### ■ Pri suvom trenju tela koje se nalazi na horizontalnoj ravni:

- ♦ telo klizi pod dejstvom sile  $\mathbf{F}$  koja je paralelna ravni,
- ♦ kretanju se suprotstavlja sila trenja pri klizanju  $\mathbf{F}_{tr}$
- ♦ sila trenja prema Kulonovom zakonu proporcionalna je normalnoj sili  $N$  - normalna komponentna sile kojom podloga deluje na telo.

$$\vec{F}_{tr} = \mu \vec{F}_n$$

#### ■ Koeficijent trenja $\mu$ je nemenovan broj i zavisi od:

- ♦ karaktera dodirne površine i
- ♦ relativne brzine kretanja.



## Dinamika

### ◆ Trenje.

#### ■ Postoji:

- ♦ statički koeficijent pri mirovanju,  $\mu_s > \mu_d$
- ♦ dinamički koeficijent pri kretanju.

#### ■ Sila trenja pri mirovanju je veća od sile trenja pri kretanju:

- ♦ potrebna je veća sila za pokretanje tela nego za održavanje kretanja.

#### ■ Kretanje tela se odvija pod dejstvom rezultante sile $\mathbf{F}$ i $\mathbf{F}_{tr}$ .

$$\vec{F} + \vec{F}_{tr} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{F}_{tr}}{m}$$

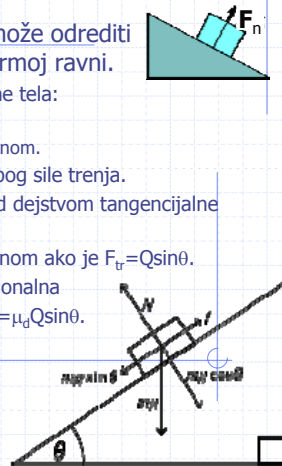
## Dinamika

### ◆ Trenje.

#### ■ Koeficijent trenja pri klizanju se može odrediti posmatranjem kretanja tela na strmoj ravni.

- ♦ Na telo deluju dve komponente težine tela:
  - normalna komponenta na površinu,
  - tangencijalna komponenta sa površinom.
- ♦ Telo miruje za manje nagibe ravni zbog sile trenja.
- ♦ Povećanjem nagiba telo se kreće pod dejstvom tangencijalne komponente težine tela.
- ♦ Telo počinje da klizi konstantnom brzinom ako je  $F_{tr} = Q \sin \theta$ .
- ♦ S druge strane sila trenja je proporcionalna normalnoj komponenti sile težine  $F_{tr} = \mu_d Q \cos \theta$ .

$$Q \sin \theta = \mu_d Q \cos \theta \Rightarrow \mu_d = \tan \theta$$



## Dinamika

### ◆ Impuls i impuls sile.

#### ■ Impuls je dinamička veličina i određuje osobinu tela koje se kreće:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

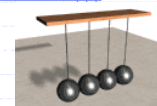
#### ■ Prema II Njutnovom zakonu za svaku promenu impulsa (količine kretanja) potrebna je da na telo dejstvuje sila:

- ♦ promena impulsa je veća što je veća sila i što je duže delovanje sile.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

#### ■ Dejstvom sile na telo neko vreme menja se njegova brzina:

$$\vec{F}\Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \Delta\vec{p}$$

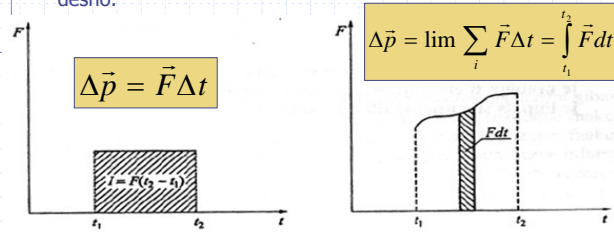


## Dinamika

### ◆ Impuls i impuls sile.

- Telo pri delovanju sile dobija impuls sile koji:

- za slučaj konstantne sile ima vrednost prikazanu na slici levo
- za slučaj promenljive sile se izračunava podelom na segmente vremene gde je sila konstantna i ima vrednost prikazanu na slici desno.



- Impuls sile je vektorska veličina sa smerom sile. Po intenzitetu jednak je promeni impulsa tela na koji deluje sila:
  - ako je telo mirovalo impuls sile jednak je impulsu posle dejstva sile.

## Dinamika

### ◆ Zakon održanja impulsa.

- Prema II Njutnovom zakonu delovanje sile dovodi do promene impulsa:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- Prema I Njutnovom zakonu ako na telo ne deluje sila telo se kreće konstantnom brzinom:
  - impuls je konstantan jer je masa konstantna.

$$\vec{p} = m\vec{v} = \text{const}$$

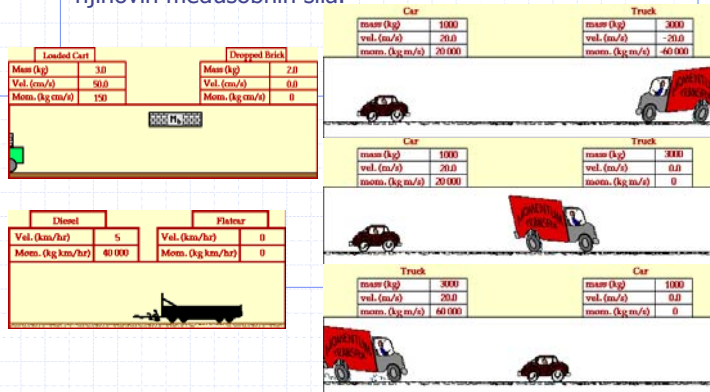
- U opštem slučaju za neki zatvoreni sistem tela impuls ostaje konstantan ako na njega deluju spoljašnje sile čija je rezultanta jednaka nuli.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$$

## Dinamika

### ◆ Zakon održanja impulsa.

- Impuls sistema masa ne može se promeniti pod dejstvom njihovih međusobnih sila.



## Test pitanja - kolokvijum

- Šta je sila i čime je određena.

- Sila je vektorska veličina određena intenzitetom, smerom i napadnom tačkom. Uslovljava kretanje tela, vrši rad i menja mehaničko stanje tela.

$$\vec{F} [\text{N}]$$

- I Njutnov zakon.

- Svako telo ostaje u stanju mirovanja ili uniformnog pravolinijskog kretanja sve dok dejstvom spoljnih sila nije prinuđeno da svoje stanje promeni.

$$\vec{v} = \text{const}, \vec{a} = 0$$

- II Njutnov zakon.

- Nerelativistički oblik (brzina kretanja manja od brzine svetlosti): Ubrzanje objekta na koga dejstvuje sila je direktno proporcionalno sili i ima isti pravac sile.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- III Njutnov zakon.

- Uzajamna dejstva dva tela su uvek međusobno jednaka i suprotno usmerena. Akcija je uvek jednaka reakciji.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

## Test pitanja - kolokvijum

### 5. Težina tela i gravitaciona sila.

- Zemlja deluje na svako telo gravitacionom silom. Težina tela jednaka je gravitacionoj sili u vakuumu ili za slučaj kada je telo obešeno ili se nalzi na nekoj podlozi. Uopšteno, težina tela je određena svim silama koje deluju na telo, a ne samo silom gravitacije. Težina tela u vodi i vazduhu je manja od težine tela u vakuumu i jednaka je razlici gravitacione sile i sile potiska.

$$\vec{F}_G = m\vec{g}$$

$$\vec{Q} = m\vec{g}$$

### 6. Šta je sila trenja i od čega zavisi.

- Sila trenja je posledica međusobnog dejstva molekula različitih tela u blizini njihovog dodira. Suprotstavlja se kretanju pa se često zove otpor kretanja. Intenzitet sile zavisi od: agregatnog stanja tela, uglačanosti površine dodira, sile kohezije i adhezije tela koja se dodiruju i relativne brzine kretanja.

$$\vec{F}_t = \mu\vec{F}_n$$

## Test pitanja - kolokvijum

### 7. Impuls.

- Impuls ili količina kretanja je dinamička veličina i određuje osobinu tela koje se kreće. Vektorska je veličina kolinearna sa vektorom brzine. Intenzitet jednak proizvodu mase i brzine kretanja tela.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

### 8. Impuls sile.

- Impuls sile je vektorska veličina sa istim smerom kao i sila. Po intenzitetu jednak je promeni impulsa tela na koji deluje sila.

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

### 9. Zakon održanja impulsa.

- Za zatvoreni sistem tela impuls ostaje konstantan ako na njega deluju spoljašnje sile čija je rezultanta jednaka nuli.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$$