

**UNIVERZITET U NIŠU  
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU**

**Dr Slavka Mitić**

**VIBROUDARNI  
SYSTEMI**

**MONOGRAFIJA**

**Niš, 2006**

Autor:  
Dr Slavka Mitić, van. prof.  
Univerzitet u Nišu  
Fakultet zaštite na radu

## **VIBROUDARNI SISTEMI**

monografija

Recenzenti:

Dr Katica (Stevanović) Hedrih, red. prof., Mašinski fakultet, Niš  
Naučni saradnik Matematičkog instituta SANU  
Akademik Akademije nauka visokih škola i univerziteta Ukrajine  
Akademik Akademije nelinearnih nauka Moskve

Dr Vladimir Raičević, red. prof., Fakultet tehničkih nauka, Kosovska Mitrovica

---

Odlukom Naučno-nastavnog veća Fakulteta zaštite na radu u Nišu, br.03-20/9 od 22.06.2006.godine, odobreno je štampanje rukopisa kao monografija. Sva prava zadržava autor. Nijedan deo ove publikacije nije moguće prevoditi ili umnožavati u bilo kom obliku bez autorove pisane dozvole.

---

Napomena: Delovi rezultata istraživanja uključeni u tekst monografije su rezultati istraživanja autora angažovanog na projektu ON144002 Ministarstva nauke i zaštite životne sredine Republike Srbije.

Izdavač:  
Fakultet zaštite na radu  
Čarnojevića 10a, 18000 Niš

Za izdavača:  
Dekan Dr Dragan Spasić, profesor Fakulteta zaštite na radu

Predsednik komisije za izdavačku delatnost:  
Dr Marina Mitić, red. prof. Fakulteta zaštite na radu

Kompjuterska obrada:  
Rodoljub Avramović i Zdravković Martina, dipl.inž.zžs

**ISBN 86-80261-67-X**

Štampa: Štamparija „SVEN“-Niš, tiraž: 100 primeraka

**1. VIBROUDARNO DEJSTVO**

1.1 Opšti pojmovi .....	7
1.2 Vibroudarno dejstvo usled zazora u kinematičkim parovima.....	9
1.3 Vibroudarno dejstvo u funkciji ostvarenja tehnološkog procesa .....	10
1.4 Vibroudarno dejstvo u funkciji gušenja primarnih oscilacija .....	17
1.5 Mašine za ispitivanje efekata vibroudarnog dejstva na uređaje.....	22
1.6 Pregled saznanja o vibroudarnim sistemima i vibroudarnom dejstvu .....	24

**2 METODE ZA IZUČAVANJE STABILNOSTI****VIBROUDARNIH SISTEMA .....** 33

2.1 Stereomehanička teorija udara (sudara).....	33
2.1.1 Osnovna jednačina udara (sudara) .....	33
2.1.2 Koeficijent restitucije .....	35
2.1.3. Upravni centralni sudar dva tela. Gubitak kinetičke energije .....	37
2.2 "Tačne" metode.....	40
2.2.1 Analitička metoda "podešavanja".....	43
2.2.2 Geometrijska metoda tačkastog preslikavanja .....	46
2.3 Približne metode .....	48
2.3.1 Metoda harmonijskog balansa.....	48
2.3.2 Metoda harmonijske linearizacije .....	51
2.4 Numeričke i eksperimentalne metode.....	55

**3. STABILNOST PERIODIČNOG KRETANJA LINEARNOG****JEDNOMASENOG VIBROUDARNOG SISTEMA.....** 63

3.1. Primena metode "podešavanja" .....	63
3.1.1 Jednomaseni vibroudarni sistem pobuđen periodičnom silom.....	63
3.1.2 Jednomaseni vibroudarni sistem pobuđen konstantnom i periodičnom silom.....	71
3.1.3 Jednomaseni vibroudarni sistem pobuđen dvema asinhronim periodičim silama .....	76
3.1.4 Klatno sa krutim dvostranim ograničivačem i periodičnom silom pobude.....	83
3.1.4.1 Klatno .....	86
3.1.4.2 Inverzno klatno.....	90

3.2 Primena geometrijske metode tačkastog preslikavanja .....	93
3.2.1 Jednodimenzionalno tačkasto preslikavanje .....	93
3.2.2 Dvodimenzionalno tačkasto preslikavanje.....	96
3.2.3 Geometrijsko predstavljanje dinamike linearnih vibroudarnih sistema .....	102

#### **4. STABILNOST PERIODIČNOG KRETANJA NELINEARNOG JEDNOMASENOG VIBROUDARNOG SISTEMA..... 107**

4.1. Dinamički modeli nelinearnih vibroudarnih sistema .....	107
4.1.1 Opšti matematički model .....	107
4.1.2 Dinamički modeli Duffing-ovog oscilatora .....	108
4.2 Fazni portreti.....	108
4.2.1 Fazni portreti sopstvenih oscilacija Duffing-ovog oscilatora.....	111
4.2.2 Fazni portreti prinudnih oscilacija Duffing-ovog oscilatora .....	117
4.3. Dvodimenzionalno tačkasto preslikavanje.....	129
4.3.1. Duffing-ov oscilator sa jednostranim krutim ograničivačem.....	130
4.3.2. Duffing-ov oscilator sa dvostranim simetričnim krutim ograničivačem.....	135

#### **5. STABILNOST PERIODIČNOG KRETANJA LINEARNOG DVOMASENOG VIBROUDARNOG SISTEMA..... 139**

5.1 Regulisano vibroudarno dejstvo u linearnom linijskom oscilatoru sa udarnom masom.....	139
5.1.1 Analitički postupak za određivanje dinamike linearnog dvomasenog vibroudarnog sistema .....	139
5.1.2. Fazni portreti.....	146
5.2 Regulisano vibroudarno dejstvo u linearnom torzionom oscilatoru sa udarnim masama.....	148
5.2.1 Analitički postupak za određivanje dinamike linearnog torzionog oscilatora sa udarnim masama .....	148
5.2.2 Fazni portreti.....	155
5.3. Geometrijsko predstavljanje vibroudarnog dejstva u linearnom oscilatoru sa udarnom masom.....	159
5.3.1 Matematički model .....	159
5.3.2 Analiza numeričkih rezultata .....	161

**6. STABILNOST PERIODIČNOG KRETANJA  
NELINEARNOG DVOMASENOG  
VIBROUDARNOG SISTEMA.....167**

6.1 Regulisano vibroudarno dejstvo u nelinearnom linijskom oscilatoru sa udarnom masom.....	167
6.1.1 Analitički postupak za određivanje dinamike nelinearnog oscilatora sa udarnom masom .....	167
6.1.2 Fazni portreti .....	175
6.2 Regulisano vibroudarno dejstvo u nelinearnom torzionom oscilatoru sa udarnim masama.....	179
6.2.1 Analitički postupak za određivanje dinamike nelinearnog torzionog oscilatora sa udarnim masama .....	179
6.2.2 Fazni portreti .....	185
6.3 Geometrijsko predstavljanje vibroudarnog dejstva u nelinearnom oscilatoru sa udarnom masom.....	187
6.3.1 Matematički model .....	187
6.3.2 Analiza numeričkih rezultata .....	189

**7. EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE  
EFEKATA VIBROUDARA NA MODELU  
OSCILATORA SA UDARNOM MASOM.....195**

7.1 Model oscilatora sa udarnom masom .....	195
7.2 Postavka eksperimenta i mernih uređaja.....	197
7.3 Analiza rezultata.....	200
7.3.1 Ispitivanje oscilatornog sistema primarne mase $M=1362.8gr$ i sekundarne mase $m=130.6gr$ (na dijagramima obeležena kao velika kuglica).....	200
7.3.2 Ispitivanje oscilatornog sistema primarne mase $M=1485.0 gr$ i sekundarne mase $m=44.8 gr$ (na dijagramima obeležena kao srednja kuglica).....	203
7.3.3 Ispitivanje oscilatornog sistema primarne mase $M=1522.8gr$ i sekundarne mase $m=28.2 gr$ (na dijagramima obeležena kao mala kuglica).....	206

<b>LITERATURA .....</b>	<b>211</b>
<b>SPISAK NAJČEŠĆE UPOTREBLJAVANIH OZNAKA.....</b>	<b>221</b>
<b>INDEKS POJMOVA I IMENA .....</b>	<b>223</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>227</b>