

UNIVERZITET U NIŠU
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU

REŠENJA ZADATAKA SA PRIJEMNOG ISPITA IZ MATEMATIKE

Niš, 6.9.2019.

1. Uprostiti izraz:

$$\left(\frac{3-x}{x+2} - 1\right) \cdot \left(\frac{x^2+1}{2x-1} - \frac{x}{2}\right).$$

REŠENJE:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3-x}{x+2} - 1\right) \cdot \left(\frac{x^2+1}{2x-1} - \frac{x}{2}\right) &= \left(\frac{3-x}{x+2} - \frac{x+2}{x+2}\right) \cdot \frac{2(x^2+1) - x(2x-1)}{2(2x-1)} = \\ \frac{3-x-x-2}{x+2} \cdot \frac{2x^2+2-2x^2+x}{2(2x-1)} &= \frac{1-2x}{x+2} \cdot \frac{x+2}{2(2x-1)} = \frac{-(2x-1)}{2(2x-1)} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

2. Rešiti sistem jednačina:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0 \\ x - 2y + 14 = 0. \end{cases}$$

REŠENJE: Iz druge jednačine izražavamo nepoznatu x : $x = 2(y - 7)$. Sada u prvoj jednačini nepoznatu x zamenjujemo sa $2(y - 7)$:

$$(2(y-7))^2 + y^2 + 4 \cdot 2(y-7) - 2y - 20 = 0.$$

Sređivanjem dobijamo $4(y^2 - 14y + 49) + y^2 + 8y - 56 - 2y - 20 = 0$, odnosno $5y^2 - 50y + 120 = 0$. Deljenjem ove jednačine sa 5 dobijamo $y^2 - 10y + 24 = 0$. Rešenja ove kvadratne jednačine su:

$$y_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2}.$$

Sada imamo $y_1 = 4$ i $x_1 = 2(4 - 7) = -6$; $y_2 = 6$, $x_2 = 2(6 - 7) = -2$. Rešenja sistema jednačina su $(-6, 4)$ i $(-2, 6)$.

3. Izračunati vrednost izraza: $\frac{z - \bar{z}}{1 + z\bar{z}}$, ako je $z = 1 + i$.

REŠENJE: $\frac{z - \bar{z}}{1 + z\bar{z}} = \frac{1 + i - (1 - i)}{1 + (1 + i)(1 - i)} = \frac{1 + i - 1 + i}{1 + 1 - i^2} = \frac{2i}{2 + 1} = \frac{2i}{3}.$

4. Naći $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ ako je $\sin \alpha = \frac{8}{17}$, a α je oštar ugao.

REŠENJE: Poznato je da je $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$. Iz $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ sledi $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$. Kako je α oštar ugao, onda imamo

$$\cos \alpha = +\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{289 - 64}{289}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17},$$

$$\text{odnosno } \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{15}{17}.$$

5. Izračunati x iz jednačine: $\log_2 64 = x$.

REŠENJE: Po definiciji logaritma, $\log_2 64 = x$ je ekvivalentno sa $2^x = 64$. Sada imamo, $2^x = 2^6$, odnosno $x = 6$.