Univerzitet u Nišu
Fakultet zaštite na radu u Nišu

ZADACI ZA PRIPREMU PISANOG DELA ISPITA IZ PREDMETA

KONTROLA BUKE I VIBRACIJA

Predmetni nastavnici:
dr Darko Mihajlov, doc.
dr Momir Praščević, red.prof.

- Nerecenzirani materijal -

Niš, 2019.

KONTROLA BUKE

ZADATAK 1

Nivo zvuka u nekoj prostoriji ima vrednost 80 dB. Unošenjem još jednog zvučnog izvora rezultujuća vrednost nivoa iznosi 86 dB. Odrediti nivo zvuka koji stvara samo novoinstalirani zvučni izvor.

$L_1 = 80\text{ dB},\; L_R = 86\text{ dB},\; L_2 = ?$

$$L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow I_1 = I_0 10^{L_1/10} = 10^{-4}\text{ W/m}^2$$

$$L_R = 10\log\frac{I_R}{I_0} \Rightarrow I_R = I_0 10^{L_R/10} = 10^{-3.6}\text{ W/m}^2$$

$$I_R = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_R - I_1 = 2.98\cdot 10^{-4}\text{ W/m}^2$$

$$L_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} = 84.7\text{ dB}$$

ZADATAK 2

Rezultujući nivo zvuka od 120 dB stvaraju mašine M_1, M_2 i M_3. Odrediti nivo buke koju stvara mašina M_3 ako je buka koju zajedničkim radom stvaraju mašine M_1 i M_2 nivoa 110 dB.

$L_{1+2} = 110\text{dB},\; L_R = 120\text{dB},\; L_3 = ?$

$$L_{1+2} = 10\log\frac{I_1 + I_2}{I_0} \Rightarrow I_1 + I_2 = I_0 10^{L_{1+2}/10} = 0.1\text{W/m}^2$$

$$L_R = 10\log\frac{I_R}{I_0} \Rightarrow I_R = I_0 10^{L_R/10} = 1\text{W/m}^2$$

$$I_R = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_R - (I_1 + I_2) = 0.9\text{ W/m}^2$$

$$L_3 = 10\log\frac{I_3}{I_0} = 119.5\text{ dB}$$

ZADATAK 3

Na radnom mestu pored mašine M_1 izmeren je nivo ukupne buke od 95 dB, koju čini opšta buka u radionici, kao i buka mašine M_1. Isključenjem mašine M_1 nivo buke opadne na vrednost od 88 dB. Izračunati nivo buke koji stvara sama mašina M_1.

$L_R = 95\,\text{dB},\ \ L_1 = 88\,\text{dB},\ \ L_2 = ?$

$$I_2 = I_R - I_1$$

$$L_R = 10\log\frac{I_R}{I_0} \Rightarrow I_R = I_0 \cdot 10^{L_R/10}$$

$$L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow I_1 = I_0 \cdot 10^{L_1/10}$$

$$I_2 = I_0(10^{L_R/10} - 10^{L_1/10})$$

$$L_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} = 10\log(10^{L_R/10} - 10^{L_1/10}) = 10\log 10^{L_R/10}\left(1 - 10^{-\frac{L_R - L_1}{10}}\right)$$

$$L_2 = 10\log 10^{L_R/10} + 10\log\left(1 - 10^{-\frac{L_R - L_1}{10}}\right) = L_R - \Delta L$$

$$\Delta L = -10\log\left(1 - 10^{-\frac{L_R - L_1}{10}}\right) = 1\,\text{dB}$$

$$L_2 = L_R - \Delta L = 94\,\text{dB}$$

ZADATAK 4

Izračunati ekvivalentni nivo buke koji u osmočasovnom periodu stvaraju dve mašine koje rade u ciklusima sa konstantnim nivoom buke. Prva mašina u osmočasovnom periodu ima 400 ciklusa i nivo izloženosti buci za svaki ciklus 90 dB. Druga mašina u istom periodu ima 200 ciklusa i nivo izloženosti buci za svaki ciklus 95 dB.

Ekvivalentni nivo buke koji u osmočasovnom periodu stvara prva mašina može se izračunati kao:

$$L_{eq_1} = L_{AE_1} + 10\log(N_1) - 10\log(T),$$
$$L_{eq_1} = 90 + 10\log(400) - 10\log(28800),$$
$$L_{eq_1} = 90 + 26 - 44.6 = 71.4 \text{ dB},$$

gde je T – ukupno vreme za koje se računa ekvivalentni nivo buke.

Ekvivalentni nivo buke koji u osmočasovnom periodu stvara druga mašina može se izračunati kao:

$$L_{eq_2} = L_{AE_2} + 10\log(N_2) - 10\log(T),$$
$$L_{eq_2} = 95 + 10\log(200) - 10\log(28800),$$
$$L_{eq_2} = 95 + 23 - 44.6 = 73.4 \text{ dB}.$$

Ukupni ekvivalentni nivo buke koji u osmočasovnom periodu stvaraju obe mašine dobija se energetskim sabiranjem pojedinačnih ekvivalentnih nivoa buke za obe mašine:

$$L_{eq} = 10\log(10^{0.1\cdot L_{eq1}} + 10^{0.1\cdot L_{eq2}}),$$
$$L_{eq} = 10\log(10^{7.14} + 10^{7.34}) = 75.5 \text{ dB}.$$

ZADATAK 5

U proizvodnoj hali radi nepoznat broj mašina iste akustičke snage. Unošenjem još tri iste mašine nivo zvuka se poveća za 4 dB. Odrediti prvobitan broj mašina.

$\Delta L = 4\,\mathrm{dB},\ n = ?$

$$I_i = \frac{4P_{a\,i}}{A},\ P_{a_1} = P_{a_2} = ... = P_{a_n} \Rightarrow I_1 = I_2 = ... = I_n = I$$

$$I_R = nI,$$

$$I_R^{'} = (n+3)I$$

$$\Delta L = L_R^{'} - L_R = 10\log\frac{I_R^{'}}{I_0} - 10\log\frac{I_R}{I_0} = 10\log\frac{\frac{I_R^{'}}{I_0}}{\frac{I_R}{I_0}} = 10\log\frac{I_R^{'}}{I_R} = 10\log\frac{(n+3)I}{nI}$$

$$\frac{(n+3)}{n} = 10^{\Delta L/10} \Rightarrow n = \frac{3}{10^{\Delta L/10} - 1} = 2$$

ZADATAK 6

Pre oblaganja ukupne površine reverberacione prostorije, čija je apsorpcija 50 m^2, izmereno je vreme reverberacije 3 s. Odrediti kolika će promena vremena reverberacije uslediti nakon oblaganja prostorije novim materijalima ukupne apsorpcije 200 m^2.

A_1=50 m^2, $T_1 = 3$ s, A_2=200 m^2, $\Delta T = ?$

$$T_1 = 0.162\frac{V}{A_1} \Rightarrow V = \frac{T_1 A_1}{0.162} = 925.9\ \mathrm{m}^3$$

$$T_2 = 0.162\frac{V}{A_2} = 0.75\ \mathrm{s} \Rightarrow \Delta T = T_1 - T_2 = 2.25\ \mathrm{s}$$

ZADATAK 7

Izračunati srednju vrednost koeficijenta apsorpcije zidova prostorije dimenzija 10×5×4 m, čije je vreme reverberacije 1.6 s.

$V = 10 \cdot 5 \cdot 4 = 200\,\mathrm{m}^3, T = 1.6\mathrm{s},\ \overline{\alpha} = ?$

$$S = 2(10 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 5 \cdot 4) = 220\,\mathrm{m}^2$$

$$T = 0.162\frac{V}{A}, \quad A = \sum_i S_i \alpha_i = S\overline{\alpha}$$

$$T = 0.162\frac{V}{S\overline{\alpha}} \;\Rightarrow\; \overline{\alpha} = 0.162\frac{V}{ST} = 0.09$$

ZADATAK 8

U reverberacionu prostoriju dimenzija 8×5×3 m^3 i vremena reverberacije 3.5 s, uneto je 15 m^2 apsorpcionog materijala nepoznatog koeficijenta apsorpcije. Vreme reverberacije izmereno u novim uslovima ima vrednost 1.25 s. Izračunati koeficijent apsorpcije unetog materijala.

$V = 8 \cdot 5 \cdot 3 = 120\,\mathrm{m}^3,\ \ T_0 = 3.5\ \mathrm{s},\ \ S_1 = 15\ \mathrm{m}^2,\ \ T_1 = 1.25\ \mathrm{s},\ \ \overline{\alpha}_1 = ?$

$$S_0 = 2(8 \cdot 5 + 8 \cdot 3 + 5 \cdot 3) = 158\,\mathrm{m}^2$$

$$T_0 = 0.162\frac{V}{A_0},\ A_0 = S_0\overline{\alpha}_0 \Rightarrow T_0 = 0.162\frac{V}{S_0\overline{\alpha}_0} \Rightarrow \overline{\alpha}_0 = 0.162\frac{V}{S_0 T_0}$$

$$T_1 = 0.162\frac{V}{A_1},\ A_1 = \sum_i S_i\alpha_i = (S_0 - S_1)\overline{\alpha}_0 + S_1\overline{\alpha}_1 \Rightarrow$$

$$T_1 = 0.162\frac{V}{(S_0 - S_1)\overline{\alpha}_0 + S_1\overline{\alpha}_1} \;\Rightarrow\; \overline{\alpha}_1 = 0.7$$

ZADATAK 9

Zvučni izvor akustičke snage 1 mW, u prostoriji ukupne površine 200 m^2, formira nivo zvuka od 100 dB. Izračunati srednju vrednost koeficijenta apsorpcije i refleksije u prostoriji.

$P_a = 10^{-3}$ W, $S = 200\,\mathrm{m}^2$, $L = 100$ dB, $\bar{\alpha} = ?$, $\bar{r} = ?$

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{L/10} = 10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$I = \frac{4P_a}{A} \Rightarrow A = \frac{4P_a}{I} = 0.4\mathrm{m}^2$$

$$A = \sum_i S_i\alpha_i = S\bar{\alpha} \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{A}{S} = 0.02$$

$$\bar{\alpha} + \bar{r} = 1 \Rightarrow \bar{r} = 1 - \bar{\alpha} = 0.98$$

ZADATAK 10

Tačkasti zvučni izvor instaliran je u središtu prostorije dimenzija 5×5×5 m^3, sa vremenom reverberacije 2 s. Odrediti na kom je rastojanju od izvora intenzitet direktnih zvučnih talasa jednak prosečnom intenzitetu reflektovanih zvučnih talasa.

$V = 5 \times 5 \times 5 = 125\,\mathrm{m}^3$, $T = 2\,\mathrm{s}$, $r = ?$

$$S = 2(5\cdot 5 + 5\cdot 5 + 5\cdot 5) = 150\,\mathrm{m}^2$$

$$I_d = \frac{P_a}{4\pi r^2}, \quad I_r = \frac{4P_a}{A}(1-\bar{\alpha})$$

$$I_d = I_r \Rightarrow \frac{P_a}{4\pi r^2} = \frac{4P_a}{A}(1-\bar{\alpha}) \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{16\pi(1-\bar{\alpha})}} = \sqrt{\frac{S\bar{\alpha}}{16\pi(1-\bar{\alpha})}}$$

$$T = 0.162\frac{V}{A} = 0.162\frac{V}{S\bar{\alpha}} \Rightarrow \bar{\alpha} = 0.162\frac{V}{ST} = 0.0675$$

$$r = 0.46\ \mathrm{m}$$

ZADATAK 11

Zvučni izvor akustičke snage 100 mW, sa faktorom usmerenosti 0.2, nalazi se u uglu prostorije dimenzija 10×6×4 m, srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.4. Odrediti nivo zvuka na rastojanju 4 m od zvučnog izvora.

$V = 10 \cdot 6 \cdot 4 = 240\,\mathrm{m}^3,\quad P_a = 0.1\,\mathrm{W},\quad \gamma = 0.2,\quad \overline{\alpha} = 0.4,\quad r = 4\,\mathrm{m},\quad L = ?$

$$S = 2(10 \cdot 6 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 4) = 248\,\mathrm{m}^2$$

$$A = \sum_i \left(S_i \alpha_i\right) = S\overline{\alpha} = 99.2\,\mathrm{m}^2$$

$$I_d = \frac{P_a}{\Omega_z r^2}\gamma,\quad \Omega_z = \frac{\pi}{2}\ \mathrm{srad},\quad I_r = (1-\overline{\alpha})\frac{4P_a}{A}$$

$$I = I_d + I_r = \frac{P_a}{\frac{\pi}{2}r^2}\gamma + (1-\overline{\alpha})\frac{4P_a}{A} = P_a\left[\frac{2\gamma}{\pi r^2} + \frac{4}{A}(1-\overline{\alpha})\right] = 3.2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W/m^2}$$

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} = 95.1\ \mathrm{dB}$$

ZADATAK 12

Na sredini plafona prostorije dimenzija 10×5×4 m postavljen je neusmereni zvučni izvor akustičke snage 4 W. Zidovi i plafon prostorije prekriveni su materijalom srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.1, a pod gumenim prekrivačem koeficijenta apsorpcije 0.06. Odrediti:

a) nivo zvuka na rastojanju 2 m od izvora,
b) vreme reverberacije prostorije.

$V = 10 \times 5 \times 4 = 200\,\mathrm{m}^3,\quad P_a = 4\,\mathrm{W},\quad \overline{\alpha}_1 = 0.1,\quad \overline{\alpha}_2 = 0.06,\quad$ a) $r = 2\,\mathrm{m},\ L = ?$ b) $E = ?$ c) $T = ?$

---

a) $S = 2(10 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5) = 220\ \mathrm{m}^2$

$$S_1 = 2(10 \cdot 4 + 5 \cdot 4) + 10 \cdot 5 = 170\ \mathrm{m}^2,\quad S_2 = 10 \cdot 5 = 50\ \mathrm{m}^2$$

$$A = \sum_i S_i \alpha_i = S_1\overline{\alpha}_1 + S_2\overline{\alpha}_2 = 88\ \mathrm{m}^2$$

$$\bar{\alpha} = \frac{A}{S} = 0.4 > 0.3 :$$

$$I_d = \frac{P_a}{\Omega_z r_d^2}\gamma,\quad \Omega_z = 2\pi,\quad \gamma = 1,\quad I_r = (1-\overline{\alpha})\frac{4P_a}{A}$$

$$I_d = I_r \Rightarrow \frac{P_a}{\Omega_z r_g^2}\gamma = (1-\overline{\alpha})\frac{4P_a}{A} \Rightarrow r_g = \sqrt{\frac{A}{8\pi(1-\overline{\alpha})}} = 2.4\,\mathrm{m}$$

$$I = I_d + I_r = \frac{P_a}{2\pi r^2} + (1-\overline{\alpha})\frac{4P_a}{A} = P_a\left[\frac{1}{2\pi r^2} + 4\left(\frac{1}{A} - \frac{\overline{\alpha}}{A}\right)\right] = P_a\left[\frac{1}{2\pi r^2} + 4\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{S}\right)\right]$$

$$I = 0.269\ \mathrm{W/m^2} \Rightarrow L = 10\log\frac{I}{I_0} = 114.3\ \mathrm{dB}$$

b) $T = 0.162\dfrac{V}{-S\ln\left(1-\overline{\alpha}\right)} = 0.29\ \mathrm{s}$

ZADATAK 13

Zidovi i tavanica prostorije dimenzija 10×10×5 m obloženi su materijalom srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.1, a pod materijalom srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.05. Odrediti:

a) koliki nivo zvuka stvara zvučni izvor koji je smešten u uglu poda i dva zida na rastojanju od 5 m, ako je snaga zvučnog izvora 0.1 W, a faktor usmerenosti 0.2.
b) za koliko će se smanjiti nivo zvuka u prostoriji ako materijal srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.1 zamenimo novim čija je vrednost 0.5.

$V = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500\,\mathrm{m}^3,\ P_a = 0.1\mathrm{W},\ \gamma = 0.2,\ \overline{\alpha}_1 = 0.1,\ \overline{\alpha}_2 = 0.05,\quad \text{a)}\ r = 5\mathrm{m},\ L = ?,\ \text{b)}\ \overline{\alpha}_3 = 0.5,\ \Delta L = ?$

---

a)

$$S = 2(10 \cdot 10 + 10 \cdot 5 + 10 \cdot 5) = 400\,\mathrm{m}^2$$

$$S_1 = 2(10 \cdot 5 + 10 \cdot 5) + 10 \cdot 10 = 300\,\mathrm{m}^2,\quad S_2 = 10 \cdot 10 = 100\,\mathrm{m}^2$$

$$A = \sum_i S_i \alpha_i = S_1 \overline{\alpha}_1 + S_2 \overline{\alpha}_2 = 35\ \mathrm{m}^2$$

$$\overline{\alpha} = \frac{A}{S} = 0.0875 < 0.3 \Rightarrow I = \frac{4P_a}{A} = 0.11\mathrm{W/m}^2 \Rightarrow L = 100.4\,\mathrm{dB}$$

b)

$$A' = \sum_i S_i \alpha_i = S_1 \overline{\alpha}_3 + S_2 \overline{\alpha}_2 = 185\,\mathrm{m}^2$$

$$\overline{\alpha}' = \frac{A'}{S} = 0.4625 > 0.3 \Rightarrow I' = I_d + I_r = \frac{P_a}{\frac{\pi}{2} r^2}\gamma + \frac{4P_a}{A}(1 - \overline{\alpha}) = 0.0021\ \mathrm{W/m}^2$$

$$I = \frac{4P_a}{A},\ I' = \frac{4P_a}{A'} \Rightarrow \frac{I}{I'} = \frac{4P_a / A}{4P_a / A'} = \frac{A'}{A}$$

$$\Delta L = L - L' = 10\log\frac{I}{I_0} - 10\log\frac{I'}{I_0} = 10\log\frac{I}{I'} = 10\log\frac{A'}{A} = 7.2\ \mathrm{dB}$$

ZADATAK 14

U prostoriji čije je vreme reverberacije 6 s postoji prekoračenje dozvoljenog nivoa od 8 dB. Da li će nivo buke biti u dozvoljenim granicama ako vreme reverberacije u prostoriji nakon akustičke obrade opadne na 2 s?

$T = 6\text{s},\ \ \Delta L_d = 8\ \text{dB},\ \ T' = 2\text{s},\ \ \Delta L_d^{'} = ?$

$$I = \frac{25 P_a T}{V},\ \ I' = \frac{25 P_a T'}{V}\ \ \Rightarrow\ \ \Delta L = L - L' = 10\log\frac{I}{I_0} - 10\log\frac{I'}{I_0} = 10\log\frac{I/I_0}{I'/I_0}$$

$$\Delta L = 10\log\frac{I}{I'} = 10\log\frac{25 P_a T/V}{25 P_a T'/V} = 10\log\frac{T}{T'} = 4.8\ \text{dB}$$

$$\Delta L_d^{'} = \Delta L_d - \Delta L = 3.2\ \text{dB}$$

$$L = L_d + \Delta L_d,\ L' = L_d + \Delta L_d^{'} = L_d + 3.2\ \text{dB}$$

ZADATAK 15

U prostoriji dimenzija 20×10×10 m^3 instalirano je 50 mašina iste akustičke snage. Vreme reverberacije prostorije je 2 s. Ako se zbog potreba tehnološkog procesa u istoj prostoriji montira još 100 novih mašina iste snage kao i prethodne, odrediti za koliko će se povećati nivo zvuka u prostoriji ako je apsorpcija svake mašine 0.5 m^2.

$V = 20\cdot 10\cdot 10 = 2000\,\text{m}^3,\ \ T = 2\text{s},\ \ n = 50,\ \ n' = 100,\ \ A_m = 0.5\text{m}^2,\ \ \Delta L = ?$

$$T = 0.162\frac{V}{A} \Rightarrow A = 0.162\frac{V}{T} = 162\,\text{m}^2$$

$$I = \frac{4\sum_i P_{ai}}{A} = \frac{4\cdot nP_a}{A} = \frac{200P_a}{A},\ I' = \frac{4\sum_i P_{ai}}{A'} = \frac{4\cdot(n+n')P_a}{A+n'A_m} = \frac{600P_a}{A+n'A_m}$$

$$\Delta L = L' - L = 10\log\frac{I'}{I_0} - 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{I'/I_0}{I/I_0} = 10\log\frac{I'}{I} = 10\log\frac{\dfrac{600P_a}{A+n'A_m}}{\dfrac{200P_a}{A}}$$

$$\Delta L = 10\log\frac{3A}{A+n'A_m} = 3.6\ \text{dB}$$

ZADATAK 16

U proizvodnoj hali 50 mašina stvara buku određenog nivoa, pri apsorpciji prazne prostorije 20 m^2 i prosečnoj apsorpciji svake mašine od 0.2 m^2. Izračunati koliko bi još mašina trebalo uneti u halu da bi se nivo zvuka povećao za 3 dB.

$n=50,\ \ A_0 = 20\,\mathrm{m}^2,\ \ A = 0.2\,\mathrm{m}^2,\ \ \Delta L = 3\mathrm{dB},\ \ n' = ?$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 10\log\frac{I_2}{I_0} - 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{\Delta L/10} = 2$$

$$I_1 = \frac{4P_{a1}}{A_1},\ P_{a1} = nP_a,\ A_1 = A_0 + nA \Rightarrow I_1 = \frac{4nP_a}{A_0 + nA}$$

$$I_2 = \frac{4P_{a2}}{A_2},\ P_{a2} = (n+n')P_a,\ A_2 = A_0 + (n+n')A \Rightarrow I_2 = \frac{4(n+n')P_a}{A_0 + (n+n')A}$$

$$I_2 = 2I_1 \Rightarrow \frac{4(n+n')P_a}{A_0 + (n+n')A} = 2\frac{4nP_a}{A_0 + nA}$$

$$(n+n')(A_0 + nA) = 2n[A_0 + (n+n')A]$$

$$n(A_0 + nA) + n'(A_0 + nA) = 2n(A_0 + nA) + 2nn'A$$

$$n'(A_0 + nA) - 2nn'A = 2n(A_0 + nA) - n(A_0 + nA)$$

$$n'(A_0 - nA) = n(A_0 + nA)$$

$$n' = n\frac{A_0 + nA}{A_0 - nA} = 150 \text{ mašina}$$

ZADATAK 17

Tavanica i zidovi su u prostoriji dimenzija 10×5×4 m obloženi materijalom srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.1, a pod materijalom srednjeg koeficijenta apsorpcije 0.05. Ako se iz dekorativnih razloga plafon obloži apsorpcionim pločama srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.4, odrediti:

a) vreme reverberacije pre i posle dekorativne obrade plafona, i
b) smanjenje nivoa buke u prostoriji.

$V = 10 \cdot 5 \cdot 4 = 200\,\text{m}^3,\ \bar{\alpha}_1 = 0.1,\ \bar{\alpha}_2 = 0.05,\ \bar{\alpha}_3 = 0.4,\ \text{a)}\, T_1 = ?, T_2 = ?,\ \text{b)}\, \Delta L = ?$

---

a) $$T_1 = 0.162\frac{V}{A_1},\ A_1 = \sum_i S_i\alpha_i = S_1\bar{\alpha}_1 + S_2\bar{\alpha}_2$$

$$S_1 = 2(10\cdot 4 + 5\cdot 4) + 10\cdot 5 = 170\ \text{m}^2,\quad S_2 = 10\cdot 5 = 50\ \text{m}^2$$

$$T_1 = 0.162\frac{V}{S_1\bar{\alpha}_1 + S_2\bar{\alpha}_2} = 1.66\ \text{s}$$

$$T_2 = 0.162\frac{V}{A_2},\quad A_2 = \sum_i S_i\alpha_i = S_1'\bar{\alpha}_1 + S_2\bar{\alpha}_2 + S_3\bar{\alpha}_3$$

$$S_1' = 2(10\cdot 4 + 5\cdot 4) = 120\ \text{m}^2,\quad S_3 = 10\cdot 5 = 50\ \text{m}^2$$

$$T_2 = 0.162\frac{V}{S_1'\bar{\alpha}_1 + S_2\bar{\alpha}_2 + S_3\bar{\alpha}_3} = 0.94\ \text{s}$$

b) $$I_1 = \frac{25P_aT_1}{V},\quad I_2 = \frac{25P_aT_2}{V}$$

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 10\log\frac{I_1}{I_0} - 10\log\frac{I_2}{I_0} = 10\log\frac{I_1}{I_2} = 10\log\frac{\frac{25P_aT_1}{V}}{\frac{25P_aT_2}{V}} = 10\log\frac{T_1}{T_2} = 2.5\ \text{dB}$$

ZADATAK 18

Pregradni zid površine 30 m^2 napravljen je od materijala različitih izolacionih moći i to: površina od 4 m^2 ima izolacionu moć 50 dB, površina od 16 m^2 ima izolacionu moć 40 dB i površina 10 m^2 ima izolacionu moć 20 dB. Izračunati izolacionu moć pregradnog zida.

$S = 30\text{m}^2,\ S_1 = 4\text{m}^2,\ R_1 = 50\,\text{dB},\ S_2 = 16\,\text{m}^2,\ R_2 = 40\,\text{dB},\ S_3 = 10\,\text{m}^2,\ R_3 = 20\,\text{dB},\quad R = ?$

$$R_1 = 10\log\frac{1}{\tau_1} \Rightarrow \tau_1 = 10^{-R_1/10} = 10^{-5}$$

$$R_2 = 10\log\frac{1}{\tau_2} \Rightarrow \tau_2 = 10^{-R_2/10} = 10^{-4}$$

$$R_3 = 10\log\frac{1}{\tau_3} \Rightarrow \tau_3 = 10^{-R_3/10} = 10^{-2}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{3} S_i\tau_i}{\sum_{i=1}^{3} S_i} = \frac{S_1\tau_1 + S_2\tau_2 + S_3\tau_3}{S} = 3.4\cdot 10^{-3} \quad\Rightarrow\quad R = 10\log\frac{1}{\bar{\tau}} = 24.7\ \text{dB}$$

ZADATAK 19

Predajna prostorija je industrijska hala, a prijemna konstrukcioni biro. Nivo buke u proizvodnoj hali je 90 dB na frekvenciji 1000 Hz. Da li je nivo buke u konstrukcionom birou, dimenzija 10×6×5 m, sa srednjom vrednošću koeficijenta apsorpcije 0.4 u dozvoljenim granicama ako je srednja vrednost koeficijenta prenošenja pregradnog zida 0.01? Dozvoljeni nivo u konstrukcionom birou iznosi 45 dB.

$f = 1000\ \text{Hz},\ L_1 = 90\ \text{dB},\ L_d = 45\ \text{dB},\ V = 10\times 6\times 5 = 300\ \text{m}^3,\ \overline{\alpha}_2 = 0.4,\ \overline{\tau} = 0.01,\ \Delta L = ?$

$$S_2 = 2(10\cdot 6 + 10\cdot 5 + 6\cdot 5) = 280\ \text{m}^2,\quad S = 10\cdot 6 = 60\ \text{m}^2$$

$$A_2 = \sum_i S_i\alpha_i = S_2\overline{\alpha}_2 = 112\ \text{m}^2$$

$$R = 10\log\frac{1}{\overline{\tau}} = 20\ \text{dB}$$

$$D = L_1 - L_2 = R + 10\log\frac{A_2}{S} \Rightarrow L_2 = L_1 - 10\log\frac{A_2}{S} - R = 67.3\ \text{dB}$$

$$\Delta L = L_2 - L_d = 22.3\ \text{dB}$$

ZADATAK 20

U prostoriji dimenzija 20×10×4 m, srednje vrednosti koeficijenta apsorpcije 0.2, instaliran je zvučni izvor akustičke snage 10^{-5} W. Odrediti:

a) nivo zvuka u prostoriji.
b) nivoe zvuka u obe prostorije ako se prostorija na sredini duže stranice podeli pregradnim zidom izolacione moći 50 dB.

$V = 20\times 10\times 4 = 800\ \text{m}^3,\quad \overline{\alpha} = 0.2,\quad P_a = 10^{-5}\ \text{W},\quad \text{a)}\ L = ?,\quad \text{b)}\ R = 50\text{dB},\quad L_1 = ?,\quad L_2 = ?$

$$\text{a)}\quad S = 2(20\cdot 10 + 20\cdot 4 + 10\cdot 4) = 640\,\text{m}^2,\quad A = \sum_i S_i a_i = S\overline{a} = 128\,\text{m}^2$$

$$I = \frac{4P_a}{A} = 3.1\cdot 10^{-7}\ \text{W/m}^2 \Rightarrow L = 10\log\frac{I}{I_0} = 54.9\text{dB}$$

$$\text{b)}\quad S_1 = S_2 = 2(10\cdot 10 + 10\cdot 4 + 10\cdot 4) = 360\,\text{m}^2,\quad S_p = 10\cdot 4 = 40\,\text{m}^2$$

$$A_1 = A_2 = \sum_i S_i a_i = S\overline{a} = 72\ \text{m}^2$$

$$I_1 = \frac{4P_a}{A_1} = 5.5\cdot 10^{-7}\ \text{W/m}^2 \Rightarrow L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 57.4\ \text{dB}$$

$$D = L_1 - L_2 = R + 10\log\frac{A_2}{S_p} \Rightarrow L_2 = L_1 - 10\log\frac{A_2}{S_p} - R = 4.8\ \text{dB}$$

KONTROLA VIBRACIJA

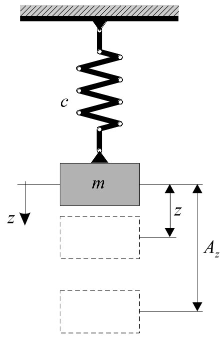
ZADATAK 1

Telo mase 0.1 kg, obešeno o spiralnu oprugu, izvedeno je iz ravnotežnog položaja za 8 cm i ostavljeno da osciluje sa stalnom frekvencijom od 4 Hz. Ako se kretanje tela tretira kao prosta harmonijska oscilacija, odrediti:

a) posle kog vremena nakon prolaska kroz ravnotežni položaj telo ima elongaciju od 4 cm;

b) ubrzanje i kinetičku energiju tela na rastojanju 4 cm od ravnotežnog položaja.

$m = 0.1\,\text{kg},\quad A_z = 8\,\text{cm},\quad f_n = 4\,\text{Hz},\quad z_0 = 4\,\text{cm};\quad a(t),\ E_k = ?\quad t = ?$



$$ma = \sum F \Rightarrow m\ddot{z} = -F_c\,;\qquad m\ddot{z} + cz = 0 \,/ : m$$

$$\ddot{z} + \frac{c}{m}z = 0\,;\quad \omega_n = \sqrt{\frac{c}{m}},\quad T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

Jednačina kretanja mase *m*, obešene o oprugu krutosti *c*, ima oblik:

$$\ddot{z} + \omega_n^2\, z = 0$$

Rešenje homogene diferencijalne jednačine ima oblik:

$$z(t) = C_1 \cos\omega_n t + C_2 \sin\omega_n t\,,$$

gde su C_1 i C_2 integracione konstante koje zavise od početnih i graničnih uslova oscilovanja.

U početnom trenutku kretanja (t = 0), telo je imalo pomeraj $z(t=0) = A_z = 8$ cm i brzinu $v(t=0) = 0$:

$$8 = C_1\underbrace{\cos\omega_n\cdot 0}_{1} + C_2\underbrace{\sin\omega_n\cdot 0}_{0} \Rightarrow C_1 = A_z = 8\,cm$$

$$v(t) = \dot{z}(t) = \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} = -\omega C_1 \sin\omega_n t + \omega C_2 \cos\omega_n t$$

$$0 = -\omega_n 8\underbrace{\sin\omega_n\cdot 0}_{0} + \omega_n C_2\underbrace{\cos\omega_n\cdot 0}_{1} = \omega_n C_2 \Rightarrow C_2 = 0$$

Nakon određivanja konstanti C_1 i C_2 moguće je napisati zakon kretanja mase: $\underline{z(t) = A_z\cos\omega_n t}$

$$v(t) = \dot{z}(t) = \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} = -\omega A_z \sin\omega_n t\,;\ a(t) = \ddot{z}(t) = \dot{v}(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} = -\omega_n^2 A_z\cos\omega_n t = -\omega_n^2 z(t)$$

$$m\ddot{z} + cz = 0 \Rightarrow m\left(-\omega_n^2 z\right) + cz = 0,\ m\omega_n^2 = c \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{c}{m},\ \omega_n = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$A_v = \omega_n A_z,\quad A_a = \omega_n^2 A_z,\quad \omega_n = 2\pi f_n$$

a) $z(t=?) = 4$ cm

$$4 = 8\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = 0.5 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3}rad \Rightarrow t = \frac{\frac{\pi}{3}}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi f} = \frac{1}{6f} = \frac{1}{24}\,\text{s}$$

b) $a\left(t = \dfrac{1}{24}s\right) = ?,\ E_k\left(t = \dfrac{1}{24}s\right) = ?$

$$a(1/24) = (2\pi f)^2\cdot 8\cdot\cos 2\pi f\cdot 1/24 = 5053.24\cos\frac{\pi}{3} = 2526.6\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 25.3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2;\ v(1/24) = 2\pi\cdot 4\cdot 8\cdot\sin 2\pi\cdot 4\cdot 1/24 = 201\cdot\sin\frac{\pi}{3} = 173.9\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}};\ E_k = 0.15\ \text{J}$$

ZADATAK 2

Mehanički sistem mase 20 kg osciluje na frekvenciji 3.18 Hz po zakonu:

$$z(t) = A_z \sin \omega t + A_z \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \text{ [m]}.$$

Odrediti vrednost kinetičke energije u trenutku kada oscilujuća masa prolazi kroz ravnotežni položaj ako amplituda iznosi 10 cm.

$m = 20\,\text{kg}, \quad z(t) = A_{z_1} \sin \omega t + A_{z_2} \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right), \quad f = 3.18\,\text{Hz}; \quad E_k = ? \quad A_{z_1} = A_{z_2} = 10\,\text{cm}$

$$z(t) = A_z \sin(\omega t + \theta); \quad \omega = 2\pi f = 20\,\text{s}^{-1}$$

$$A_z = \sqrt{A_{z_1}^2 + A_{z_2}^2 + 2A_{z_1}A_{z_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}; \quad \varphi_2 = \frac{4\pi}{3}, \ \varphi_1 = 0$$

$$A_z = A_{z_1}\sqrt{3} = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$$

$$z(t) = 10\sqrt{3}\sin(\omega t + \theta) \text{ [cm]}$$

$$v(t) = \omega 10\sqrt{3}\cos(\omega t + \theta) \text{ [cm/s]}$$

$$A_v = \omega A_z = 200\sqrt{3}\,\text{cm} = 3.46\,\text{m/s}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m A_v^2 = 120\,\text{J}$$

ZADATAK 3

Na slobodnom kraju vertikalno obešene spiralne opruge zanemarljive mase obešen je teg mase 0.4 kg, pri čemu se opruga izduži za 10 cm. Odrediti amplitudu i kružnu frekvenciju kretanja kada se telo pomeri za 4 cm vertikalno ispod svog ravnotežnog položaja i pri tome mu se u istom smeru saopšti početna brzina 40 cm/s.

$m = 0.4\,\text{kg}, \quad z_0 = 10\,\text{cm}; \quad A_z, \omega = ? \quad z = 4\,\text{cm}, \quad v_0 = 40\,\text{cm/s}$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad c = \frac{F_c}{z_0} = \frac{mg}{z_0} = 40\,\text{N/m}, \quad \omega = 10\,\text{s}^{-1}$$

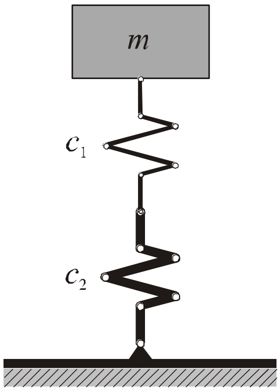
$$A = \frac{1}{2} c A_z^2 = E_k + E_p = \frac{1}{2} c z^2 + \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$A_z = \sqrt{z^2 + \frac{m}{c} v_0^2} = 5.65\,\text{cm}$$

ZADATAK 4

Mehanički sistem mase 6 kg postavljen je na podlogu preko oslonca koji čine dve redno vezane opruge krutosti 1000 N/m i 2000 N/m. Odrediti vrednosti amplitude ubrzanja na rezonantnoj frekvenciji sistema.

$m = 6\,\text{kg}, \quad c_1 = 1000\,\text{N/m}, \quad c_2 = 2000\,\text{N/m}; \quad A_a = ?$



Obe opruge opterećene su istom silom G:

$$G = m \cdot g = 6 \cdot 9.81 = 58.86\,\text{N}$$

Statička izduženja opruga su:

$$A_{z1} = \frac{G}{c_1}, \quad A_{z2} = \frac{G}{c_2}$$

Ukupno statičko izduženje opruga:

$$A_z = A_{z1} + A_{z2} = G\left(\frac{c_1 + c_2}{c_1 \cdot c_2}\right) = \frac{G}{c^*},$$

$$c^* = \frac{c_1 + c_2}{c_1 \cdot c_2} = \frac{2}{3} \cdot 10^3\,\text{N/m};$$

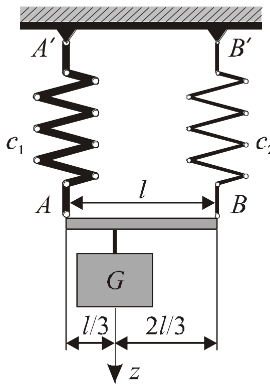
$$\omega = \sqrt{\frac{c^*}{m}} = 10.5\,\text{rad/s}$$

$$A_a = \omega^2 A_z = 9.7\,\text{m/s}^2$$

ZADATAK 5

O tačku C tankog krutog štapa, dužine l, obešen je teret težine 30 N. Krajevi štapa AB vezani su oprugama krutosti c_1=100 N/cm i c_2 za tačke A' i B' kao što je prikazano na slici. Opruge održavaju štap u horizontalnom ravnotežnom položaju. Odrediti period malih vertikalnih oscilacija.

$G = 30\,\text{N}, \quad c_1 = 100\,\text{N/cm}; \quad T = ?$



$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad F_A + F_B - G = 0$$

$$\sum M_B = 0, \quad F_A \cdot l - G \cdot \frac{2}{3} l = 0$$

$$F_A = \frac{2}{3} G \Rightarrow F_B = \frac{1}{3} G$$

$$z_{1st} = z_{2st} = z_{st} = \frac{F_A}{c_1} = \frac{F_B}{c_2}, \quad c_2 = \frac{F_B}{F_A} c_1$$

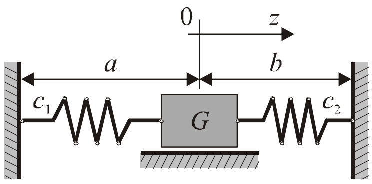
$$c^* = c_1 + c_2 = c_1\left(1 + \frac{F_B}{F_A}\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c^*}} = 2\pi\sqrt{\frac{G}{g \cdot c_1\left(1 + \frac{F_B}{F_A}\right)}}$$

$$T = 0.0897\,\text{s}$$

ZADATAK 6

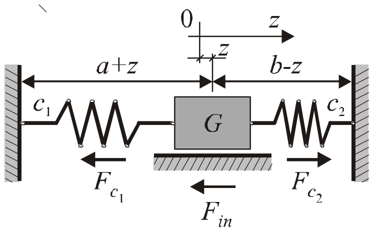
Telo težine 35 N vezano je oprugama krutosti c_1=300 N/cm i c_2, koje su drugim krajevima vezane za nepomične tačke kao što je prikazano na slici. U neopterećenom stanju opruge su istih dužina. Opruge su u položaju statičke ravnoteže sistema napregnute i njihove dužine iznose a = 40 cm i b = 30 cm. Odrediti period malih oscilacija tereta po glatkoj horizontalnoj ravni.



$G = 35\,\text{N}, \quad c_1 = 300\,\text{N/cm}, \quad a = 40\,\text{cm}, \quad b = 30\,\text{cm}; \quad T = ?$

Položaj statičke ravnoteže:

$$F_{c_1} = F_{c_2} \Rightarrow c_1 \cdot a = c_2 \cdot b \;\; (*), \quad c_2 = c_1 \frac{a}{b} = 400\,\text{N/cm}$$



Diferencijalna jednačina kretanja:

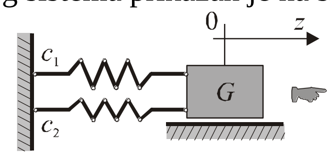
$$F_{in} + F_{c_1} - F_{c_2} = 0$$

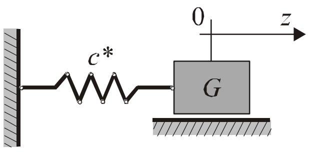
Napomena: Smer elastične sile F_{c2}, predstavljen na slici proističe iz činjenice da se radi o malim oscilacijama, pri čemu je $z<z_{st}$:
z - otklon od ravnotežnog položaja u z pravcu,
z_{st} - statička deformacija opruge.

$$m\ddot{z} + c_1(a+z) - c_2(b-z) = 0$$
$$m\ddot{z} + (c_1 + c_2)\, z = c_2 \cdot b - c_1 \cdot a$$
$$(*) \Rightarrow c_2 \cdot b - c_1 \cdot a = 0$$
$$m\ddot{z} + (c_1 + c_2)\, z = 0$$
$$\ddot{z} + \frac{c_1 + c_2}{m} z = 0 \;\; (**), \quad \omega^2 = \frac{c_1 + c_2}{m}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{G}{g(c_1 + c_2)}}, \quad T = 0.045\text{s}$$

Na osnovu jednačine (**) zaključuje se da bi po istoj zakonitosti oscilovao i sistem kod koga je dati teret vezan paralelno postavljenim oprugama krutosti c_1 i c_2.

Model ekvivalentnog sistema prikazan je na slici.





$$c^* = c_1 + c_2 = 70000\ \text{N/m}$$
$$\ddot{z} + \frac{c^*}{m} z = 0, \quad \omega^2 = \frac{c^*}{m} = \frac{g \cdot c^*}{G}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c^*}} = 2\pi\sqrt{\frac{G}{g \cdot c^*}}, \quad T = 0.045\text{s}$$

ZADATAK 7

Mehanički sistem mase 50 kg osciluje na podlozi krutosti 160 N/m i otpornosti 10 Ns/m po zakonu

$$z(t) = 10\sin 2\pi t + 15\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ [\text{mm}].$$

Odrediti kolika je amplituda inercijalne, otporne i elastične sile.

$m = 50\,\text{kg},\ \ c = 160\,\text{N/m},\ \ b = 10\,\text{Ns/m},\ \ z(t) = 10\sin 2\pi t + 15\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)[\text{mm}];\ \ \ F_a, F_b, F_c = ?$

$$z(t) = 10\sin 2\pi t + 15\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = A_z \sin(2\pi t + \theta)$$

$$A_z = \sqrt{A_{z_1}^2 + A_{z_2}^2 + 2A_{z_1}A_{z_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};\quad \varphi_2 = \frac{\pi}{3},\ \varphi_1 = 0$$

$$A_z = 22\cdot 10^{-3}\,\text{m}$$

$$F_c = cA_z = 3.5\,\text{N}$$

$$z(t) = 22\cdot 10^{-3}\sin(2\pi t + \theta)$$

$$v(t) = 2\pi\cdot 22\cdot 10^{-3}\cos(2\pi t + \theta)$$

$$A_v = 138\cdot 10^{-3}\,\text{m/s}$$

$$F_b = b\cdot A_v = 1.38\,\text{N}$$

$$a(t) = -(2\pi)^2\, 22\cdot 10^{-3}\sin(2\pi t + \theta)$$

$$A_a = 880\cdot 10^{-3}\,\text{m/s}^2$$

$$F_a = m\cdot A_a = 44\,\text{N}$$

ZADATAK 8

Neuravnotežena masa mehaničkog sistema od 5 kg fundirana je na podlozi koeficijenta krutosti 500 N/m i koeficijenta otpornosti 10 Ns/m. Na rezonantnoj frekvenciji amplituda pomeranja ima vrednost 5 cm. Odrediti nivo ubrzanja na podlozi koeficijenta krutosti 100 N/m.

$m = 5\,\mathrm{kg}, \quad c_1 = 500\,\mathrm{N/m}, \quad b = 10\,\mathrm{Ns/m}, \quad A_z = 5\,\mathrm{cm}; \quad L_{a_2} = ?\; c_2 = 100\,\mathrm{N/m}$

$$L_{a_2} = 20 \log \frac{a_2}{a_0}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega} = 1, \quad \omega = \Omega$$

$$\eta_{d_1} = \frac{1}{2\xi_1} = \frac{z_1}{z_0}; \quad \eta_{d_2} = \frac{1}{2\xi_2} = \frac{z_2}{z_0}$$

$$\frac{\eta_{d_1}}{\eta_{d_2}} = \frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{z_1}{z_2}; \quad z_2 = z_1 \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

$$\xi_1 = \frac{1}{2\sqrt{c_1 m}} = 0.1; \quad \xi_2 = \frac{1}{2\sqrt{c_2 m}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$z_2 = 10^{-2}\sqrt{5}\,\mathrm{m}$$

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{dz}^2} = \ddot{z}(t), \quad a_2 = \omega^2 z_2, \quad \omega = \sqrt{\frac{c_2}{m}}$$

$$a_2 = 0.2\sqrt{2}\,\mathrm{m/s^2}$$

$$L_{a_2} = 109\,\mathrm{dB}$$

ZADATAK 9

Odrediti kolika je razlika nivoa dinamičkih faktora pojačanja pri oscilovanju mehaničkog sistema mase 5 kg, na podlozi koeficijenta krutosti 500 N/m i koeficijenta otpornosti 10 Ns/m, pri frekvencijama 2 Hz i 50 Hz.

$f_1 = 2\,\mathrm{Hz}, \quad f_2 = 50\,\mathrm{Hz}, \quad m = 5\,\mathrm{kg}, \quad c = 500\,\mathrm{N/m}, \quad b = 10\,\mathrm{Ns/m}; \quad \Delta L_\eta = ?$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 10\,\mathrm{s^{-1}}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 4\pi\,\mathrm{s^{-1}}, \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = 100\pi\,\mathrm{s^{-1}}$$

$$\eta_{d_1} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\psi_1^{\,2}\right)^2 + \left(2\xi\psi_1\right)^2}}, \quad \eta_{d_2} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\psi_2^{\,2}\right)^2 + \left(2\xi\psi_2\right)^2}}$$

$$\psi_1 = \frac{\Omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_1}{\omega_0} = 0.4\pi, \quad \psi_2 = \frac{\Omega_2}{\omega_0} = \frac{\omega_2}{\omega_0} = 10\pi, \quad \xi = \frac{b}{2\sqrt{cm}} = 0.1$$

$$\eta_{d_1} = 1.64, \quad \eta_{d_2} = 0.001$$

$$\Delta L_\eta = 20 \log \frac{\eta_{d_1}}{\eta_{d_2}} = 64.3\,\mathrm{dB}$$

ZADATAK 10

Telo mase 0.1 kg osciluje na opruzi krutosti 1.6 N/m. Sila otpora je proporcionalna brzini, a konstanta proporcionalnosti iznosi 0.2 kg/s. Odrediti jednačinu kretanja tela, ako je u početnom trenutku elongacija 0.1 m, a brzina jednaka nuli.

$m = 0.1\,\text{kg},\ c = 1.6\,\text{N/m},\ b = 0.2\,\text{kg/s};\quad z(0) = 0.1\,\text{m},\ \dot{z}(0) = 0;\ z(t) = ?$

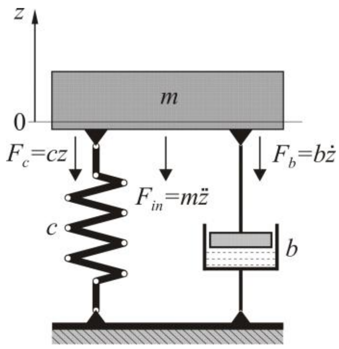
$$m\ddot{z} = -b\dot{z} - cz \ \ / : m$$

$$\ddot{z} + \frac{b}{m}\dot{z} + \frac{c}{m}z = 0$$

$$\frac{b}{m} = 2\delta,\quad \frac{c}{m} = \omega_n^2 .$$

Prigušenje: $\xi = \dfrac{\delta}{\omega_n} = \dfrac{b}{2\sqrt{cm}}$

$$\ddot{z} + 2\delta\dot{z} + \omega_n^2 z = 0$$



Kod malog prigušenja, odnosno kada je $\omega_n^2 - \delta^2 > 0$, amplituda opada eksponencijalno sa vremenom i frekvencija oscilovanja je manja od prirodne (sopstvene) frekvencije, pa je opšte rešenje diferencijalne jednačine:

$$z(t) = A_z e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

gde je ω – frekvencija prigušenih vibracija.

$$\omega_n^2 = \frac{c}{m} = \frac{1.6}{0.1} = 16,\quad \delta = \frac{b}{2m} = \frac{0.2}{2\cdot 0.1} = 1,\quad \omega = \sqrt{\omega_n^2 - \delta^2} = \sqrt{16-1} = \sqrt{15}\ \text{rad/s}$$

$$z(t) = A_z e^{-t} \sin(\sqrt{15}\cdot t + \varphi)$$

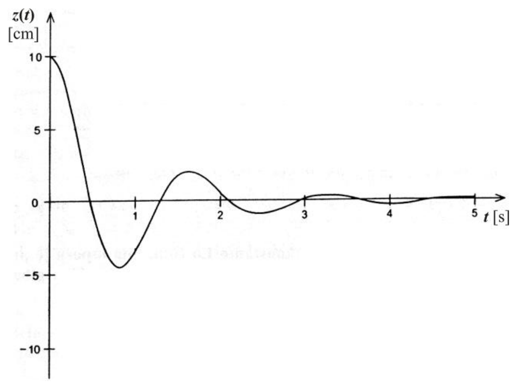
$$\dot{z}(t) = -A_z e^{-t} \sin(\sqrt{15}\cdot t + \varphi) + A_z e^{-t}\sqrt{15}\cos(\sqrt{15}\cdot t + \varphi)$$

Početni uslovi kretanja:

$$t = 0: \begin{cases} z(t=0) = 0.1 & \Rightarrow \quad A_z \sin\varphi = 0.1 \\ \dot{z}(t=0) = 0 & \Rightarrow \quad -A_z \sin\varphi + A_z\sqrt{15}\cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{tg}\,\varphi = \sqrt{15} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 1.318\ \text{rad} = 75.52^\circ \end{cases}$$

$$A_z = \frac{0.1}{\sin\varphi} = 10.3\,\text{cm}$$

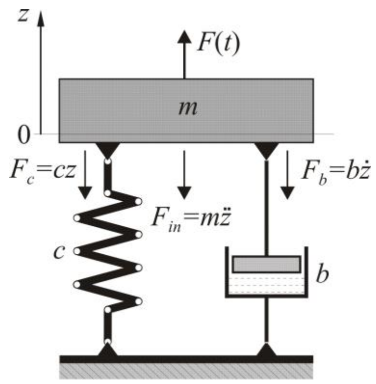
$$\underline{z(t) = 10.3\cdot e^{-t}\sin(\sqrt{15}\cdot t + 1.318)\ \text{cm}}$$



ZADATAK 11

Na teg mase 0.2 kg dejstvuje periodička sila $F(t)$ = 0.5·sin(3t) [N]. Konstanta opruge je 2 N/m, a sila otpora je 0.1·v [N]. Odrediti stacionarno rešenje jednačine kretanja.

$m = 0.2\,\mathrm{kg},\quad F(t) = 0.5\sin(3t),\quad c = 2\,\mathrm{N/m},\quad F_b = 0.1\cdot v\,[\mathrm{N}];\quad z(t) = ?$



Prinudne vibracije nastaju kada spoljašnja periodička sila koja dejstvuje na sistem nadoknađuje energiju koja se gubi usled otporne sile (npr. sile trenja). Jednačina kretanja ima oblik:

$$ma = -cz - bv + F_0 \sin(\omega t)\,,$$

gde je:

F_0 – amplituda periodičke spoljašnje sile,
ω – frekvencija periodičke spoljašnje sile.

Gornju jednačinu je moguće napisati u obliku:

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + cz = F_0 \sin(\omega t)\ /:m\,,$$

$$\ddot{z} + \frac{b}{m}\dot{z} + \frac{c}{m}z = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t)$$

$$\frac{b}{m} = 2\delta,\quad \frac{c}{m} = \omega_n^2,\quad A_0 = \frac{F_0}{m};$$

Kretanje tela na početku dejstva spoljašnje periodičke sile nije harmonijsko. Međutim, nakon vrlo kratkog vremena telo počinje da se kreće harmonijski, frekvencijom spoljašnje prinudne sile, ali sa fazom koja se razlikuje od spoljašnje sile. Takvo stanje kretanja se naziva *stacionarno stanje*. Rešenje jednačine kretanja u stacionarnom stanju je

$$z(t) = A_z \sin(\omega t - \varphi)\,,$$

$$A_z = \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}}\quad;\quad \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

Iz prethodnih izraza sledi da amplituda i faza elongacije zavise od: prirodne (sopstvene) frekvencije ω_n, frekvencije spoljašnje sile ω i faktora prigušenja δ.
Kada je frekvencija spoljašnje sile mnogo manja od prirodne frekvencije ($\omega \ll \omega_n$), pomeraj i spoljašnja sila su u fazi, a amplituda zavisi od krutosti c i maksimalne vrednosti (amplitude) spoljašnje sile:

$$z(t) = \frac{A_0 \cdot m}{c}\sin(\omega t) = \frac{F_0}{c}\sin(\omega t)\,.$$

Za frekvencije spoljašnje sile mnogo veće od prirodne frekvencije ($\omega \gg \omega_n$), amplituda je mala i javlja se pomeranje faze za π:

$$z(t) = \frac{A_0}{\omega^2}\sin(\omega t - \pi)\,.$$

Amplituda ima najveću vrednost za $\omega = \omega_n$, odnosno kada je frekvencija spoljašnje sile jednaka prirodnoj frekvenciji. U tom slučaju je pomeraj faze π/2. Takvo stanje se naziva *rezonansa* i može prouzrokovati velika naprezanja čak i kod male spoljašnje periodičke sile.

Za vrednosti u zadatku, jednačina kretanja se određuje na sledeći način:

$$\delta = \frac{b}{2m} = \frac{0.1}{2\cdot 0.2} = 0.25,\quad \omega_n^2 = \frac{c}{m} = \frac{2}{0.2} = 10,\quad \omega = 3,\quad A_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{0.5}{0.2} = 2.5$$

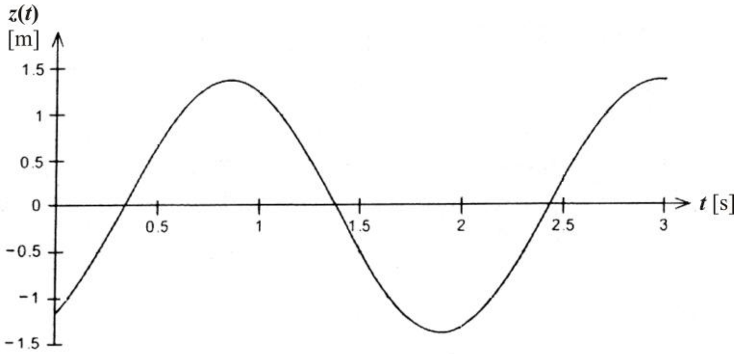
$$\ddot{z} + 0.5\dot{z} + 10z = 2.5\sin(3t)$$

Opšte rešenje je oblika:

$$A_z = \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}} = \frac{2.5}{\sqrt{(10-9)^2 + 4\cdot 0.25^2 \cdot 3^2}} = 1.387\,\text{m}$$

$$\mathbf{tg}\,\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} = \mathbf{tg}\,\frac{2\cdot 0.25\cdot 3}{10-9} = \mathbf{tg}\,1.5 \;\Rightarrow\; \varphi = 0.983\,\text{rad}$$

$$\underline{z(t) = 1.387\cdot \mathbf{sin}(3t - 0.983)\ \text{m}}$$



ZADATAK 12

Mašina koja je kruto povezana zavrtnjevima za podlogu stvara u toku rada vibracije na frekvenciji od 40 Hz. Mašina je potom postavljena na izolatore sa efikasnošću izolacije vibracija od 80 % na toj frekvenciji i vrlo malim prigušenjem.
Izračunati prenosivost, očekivano smanjenje vibracija u decibelima koje se prenose na podlogu i rezonantnu frekvenciju mašine za slučaj njenog rada sa postavljenim izolatorima.

$f = 40\,Hz$, $\varepsilon = 80\,\%$, $\xi \to 0$; $p = ?$ $\Delta L = ?$ $f_0 = ?$

Ukoliko se usled kretanja delova mašine u toku njenog rada pojavi periodička dinamička sila oblika $F(t) = F_0 \cdot \mathbf{sin}(\omega t)$ čije se dejstvo preko izolatora (podmetača) krutosti c i otpornosti b prenosi na postolje (fundament), amplituda pomeraja mašine je određena izrazom:

$$A_z = \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \;.$$

Sprovođenjem određenih transformacija datog izraza:

$$A_z = \frac{A_0}{\sqrt{\omega_n^4\left[\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\frac{\delta^2}{\omega_n^2}\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right]}} = \frac{A_0}{\omega_n^2\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\frac{\delta^2}{\omega_n^2}\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} = \frac{\frac{A_0}{\omega_n^2}}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\frac{\delta}{\omega_n}\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \,,$$

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \frac{2\pi f}{2\pi f_n} = \frac{f}{f_n} = \psi\,;\quad \frac{\delta}{\omega_n} = \frac{\frac{b}{2m}}{\sqrt{\frac{c}{m}}} = \frac{b}{2\sqrt{cm}} = \xi\,;\quad \frac{A_0}{\omega_n^2} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{c}{m}} = \frac{F_0}{c} = A_{z,st.}\,,$$

$$\Rightarrow\; A_z = \frac{A_{z,st.}}{\sqrt{\left(1-\psi^2\right)^2 + \left(2\xi\psi\right)^2}} \,,$$

dobija se izraz za *dinamički faktor pojačanja vibracija* η_d usled postojanja i dejstva dinamičke poremećajne sile na podlogu i predstavlja odnos amplitude kretanja tela pod dejstvom dinamičke poremećajne sile F(t) i amplitude kretanja tela pod dejstvom statičke poremećajne sile F_0:

$$\eta_d = \frac{A_z}{A_{z,st.}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\psi^2\right)^2 + \left(2\xi\psi\right)^2}}\;;\quad \eta_d = \eta_d(\psi\,,\,\xi)\;.$$

U slučaju da je otpornost izolatora b vrlo mala, tada je i prigušenje ξ vrlo malo ($\xi \to 0$), pa je amplituda pomeraja tela usled dejstva dinamičke poremećajne sile $F(t)$ jednaka

$$\Rightarrow\; A_z = \frac{A_{z,st.}}{1-\psi^2} \,,$$

a dinamički faktor pojačanja vibracija neprigušenog sistema

$$\eta_d = \frac{A_z}{A_{z,st.}} = \frac{1}{1-\psi^2}\;;\quad \eta_d = \eta_d(\psi)\,.$$

<table>
<tr><td rowspan="3">Analiza:</td><td>1.slučaj:</td><td>$\omega < \omega_n \Rightarrow f < f_n \Rightarrow \psi = \dfrac{f}{f_n} < 1$,</td><td>$A_z > A_{z,st.} \Rightarrow \eta_d > 1$</td></tr>
<tr><td>2.slučaj:</td><td>$\omega = \omega_n \Rightarrow f = f_n \Rightarrow \psi = \dfrac{f}{f_n} = 1$,</td><td>$A_z \to \infty,\ \eta_d = 1$</td></tr>
<tr><td>3.slučaj:</td><td>$\omega > \omega_n \Rightarrow f > f_n \Rightarrow \psi = \dfrac{f}{f_n} > 1$</td><td>$A_z < A_{z,st.} \Rightarrow 0 < \eta_d < 1$</td></tr>
</table>

Prenosivost p predstavlja odnos amplitude prenete sile A_p na podlogu i amplitude spoljašnje poremećajne sile F_0 :

$$p = \frac{A_p}{F_0}.$$

Ukoliko je mašina čijim se radom stvara dinamička poremećajna sila $F(t) = F_0 \cdot \mathbf{sin}(\omega t)$ oslonjena na izolator krutosti c i neznatne otpornosti b, prenosivost vibracija na podlogu (osnovu ili fundament) iznosi:

$$\boxed{p = \frac{A_p}{F_0} = \frac{cA_z}{F_0} = \frac{A_z}{\frac{F_0}{c}} = \frac{A_z}{A_{z,st.}} = \frac{1}{\psi^2 - 1}; \quad p = p(\psi).}$$

Ukoliko se spoljašnja dinamička periodička sila prenosi na podlogu preko izolatora krutosti c i otpornosti b, tada je preneta sila na podlogu jednaka zbiru sile u opruzi i otporne sile

$$\vec{F}_p = \vec{F}_c + \vec{F}_v; \quad A_p = \sqrt{A_c^2 + A_v^2 + 2A_cA_v\cos(\varphi_c - \varphi_v)}; \quad \varphi_c - \varphi_v = \frac{\pi}{2},\ \cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow A_p = \sqrt{A_c^2 + A_v^2},$$

a prenosivost vibracija iznosi:

$$p = \frac{A_p}{F_0} = \frac{\sqrt{A_c^2 + A_b^2}}{F_0} = \frac{\sqrt{(cA_z)^2 + (bA_v)^2}}{F_0} = \frac{\sqrt{c^2A_z^2 + b^2\omega^2A_z^2}}{F_0} = \frac{cA_z\sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}\omega^2}}{F_0} = \frac{A_z\sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}\omega^2}}{\frac{F_0}{c}}$$

$$A_v = \omega A_z; \quad \frac{F_0}{c} = A_{z,st.};$$

$$\psi = \frac{\omega}{\omega_n} \Rightarrow \omega = \omega_n\psi;$$

$$\frac{b^2}{c^2}\omega^2 = \frac{b^2}{c^2}\omega_n^2\psi^2 = \frac{b^2}{c^2}\frac{c}{m}\psi^2 = \frac{b^2}{cm}\psi^2;$$

$$\xi = \frac{\delta}{\omega_n} = \frac{\frac{b}{2m}}{\sqrt{\frac{c}{m}}} = \frac{b}{2\sqrt{cm}},\ \xi^2 = \frac{b^2}{4cm} \Rightarrow \frac{b^2}{cm} = 4\xi^2 \Rightarrow \frac{b^2}{cm}\psi^2 = 4\xi^2\psi^2$$

$$p=\frac{\dfrac{A_{z,st.}}{\sqrt{\left(1-\psi^2\right)^2+\left(2\xi\psi\right)^2}}\sqrt{1+4\xi^2\psi^2}}{A_{z,st.}}$$

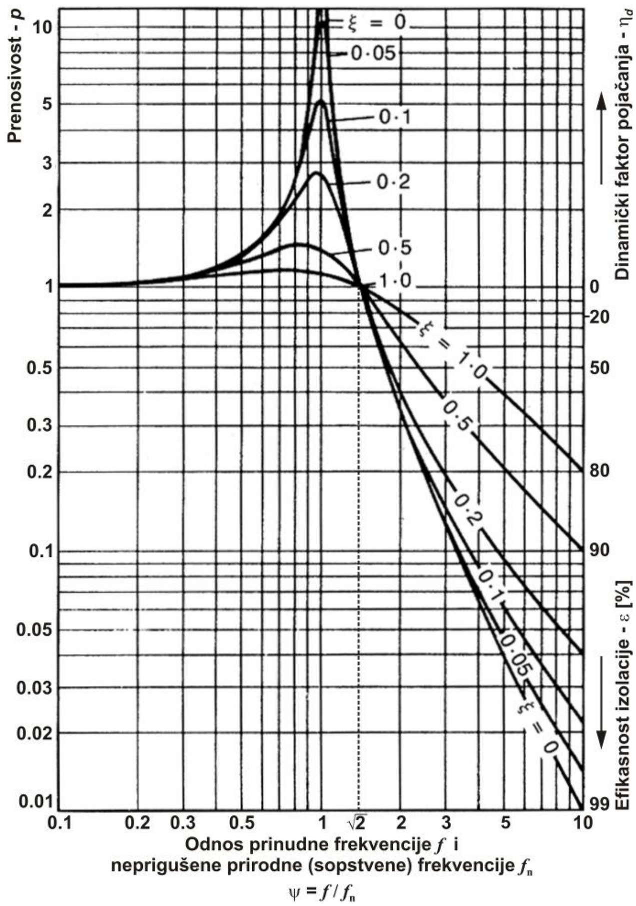
$$\boxed{p=\frac{\sqrt{1+\left(2\xi\psi\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\psi^2\right)^2+\left(2\xi\psi\right)^2}};\quad p=p(\psi,\xi)}$$

Efikasnost izolacije ε se uglavnom predstavlja u procentima i određuje se kao:

$$\varepsilon=(1-p)\cdot 100\ \left[\%\right].$$

Smanjenje vibracija izraženo u decibelima (nivo redukcije vibracija), postignuto upotrebom izolatora, određeno je izrazom:

$$\Delta L=10\log\left(\frac{F_0}{A_p}\right)^2=20\log\frac{1}{p}\ \text{[dB]}$$



Za slučaj naveden u zadatku, tražene vrednosti se određuju na sledeći način:

$$\varepsilon=1-p\Rightarrow p=1-\varepsilon=0.2$$

Prema tome, očekivano smanjenje vibracija upotrebom izolatora iznosi

$$\frac{1}{p}=\frac{1}{0.2}=5\ \text{puta u odnosu na amlitudu poremećajne sile,}$$

a izraženo u decibelima:

$$\Delta L=10\log\left(\frac{F_0}{A_p}\right)^2=20\log\frac{1}{p}=14\ \text{[dB]}$$

Rezonantna frekvencija se poklapa sa prirodnom (sopstvenom) frekvencijom mašine ($f_0=f_n$). Za slučaj izolatora bez prigušenja i poznate frekvencije prinudne sile, rezonantna frekvencija se određuje na sledeći način:

$$p=\frac{1}{\psi^2-1}\Rightarrow\psi=\sqrt{1+\frac{1}{p}}=\sqrt{1+\frac{1}{0.2}}=\sqrt{6}=2.5$$

$$\psi=\frac{f}{f_n}=\frac{f}{f_0}\Rightarrow f_0=\frac{f}{\psi}=\frac{40}{2.5}=16\ \text{[Hz].}$$

Odnos frekvencija spoljašnje i sopstvene frekvencije je moguće odrediti i pomoću dijagrama. Za vrednost prenosivosti od 0.2 i vrednost prigušenja nula, na apscisi se očitava odnos frekvencija od 2.5.

ZADATAK 13

Dinamički sistem osciluje sa amplitudom pomeraja 50 nm na frekvenciji 30 Hz pod dejstvom poremećajne sile čija je amplituda 20 N.

Ako podloga ima otpornost 20 Ns/m i krutost 50 N/m, odrediti amplitudu prenete sile i koeficijent prenošenja.

$f = 30\,\mathrm{Hz},\ \ A_z = 5\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m},\ \ F_0 = 20\,\mathrm{N},\ \ c = 50\,\mathrm{N/m},\ \ b = 20\,\mathrm{Nm/s};\ \ F_p, p = ?$

$$p = \sqrt{\frac{1+(2\xi\psi)^2}{(1-\psi^2)^2+(2\xi\psi)^2}} = \frac{F_{pr}}{F_0} = \frac{\sqrt{F_c^2+F_b^2}}{F_0}$$

$$F_c = cA_z = 25\cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

$$F_b = b\cdot A_v = b\cdot \Omega A_z = b\cdot 2\pi f\cdot A_z = 6\pi\cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}$$

$$F_p = \sqrt{F_c^2+F_b^2} = 18.85\cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

$$p = 9.4\cdot 10^{-6}$$

ZADATAK 14

Masa od 20 kg osciluje pri frekvenciji od 10 Hz rezultujućom amplitudom pomeranja od 3 mm na podlozi krutosti 80 N/m i otpornosti 20 Ns/m.

Odrediti vrednost amplitude prenete sile, koeficijent prenošenja i nivo amplitude ubrzanja mehaničke oscilacije.

$m = 20\,\mathrm{kg},\ \ c = 80\,\mathrm{N/m},\ \ b = 20\,\mathrm{Nm/s},\ \ f = 10\,\mathrm{Hz},\ \ A_z = 3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m};\quad F_p, p, L_a = ?$

$$p = \frac{F_{pr}}{F},\quad F_p = \sqrt{F_c^2+F_b^2}$$

$$F_c = cA_z = 240\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$F_b = b\cdot A_v = b\cdot \Omega A_z = b\cdot 2\pi f\cdot A_z = 1.2\pi\ \mathrm{N}$$

$$F_p = 3.78\,\mathrm{N}$$

$$p = \sqrt{\frac{1+(2\xi\psi)^2}{(1-\psi^2)^2+(2\xi\psi)^2}}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega},\quad \Omega = 2\pi f = 20\pi\,\mathrm{s}^{-1},\quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 2\,\mathrm{s}^{-1};\quad \psi = 10\pi$$

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{cm}} = 0.25$$

$$p = 0.016$$

$$A_a = \omega^2 A_z = 12\,\mathrm{m/s^2} \Rightarrow L_a = 20\log\frac{A_a}{a_0} = 140\,\mathrm{dB};\quad a_0 = 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ZADATAK 15

Generator težine 981 N pričvršćen je na osloncima krutosti 4000 N/m i otpornosti 100 Ns/m. Pokretač generatora je parna turbina koja radi sa brojem obrtaja 3000 min^{-1}.

Odrediti vrednost amplitude prenete sile na oslonac ako amplituda poremećajne sile ima vrednost 1000 N.

$G = 981\,\mathrm{N},\ c = 4000\,\mathrm{N/m},\ b = 100\,\mathrm{Nm/s},\ n = 3000\,\mathrm{min^{-1}},\ F_0 = 10^3\,\mathrm{N};\quad F_p = ?$

$$p = \frac{F_p}{F_0} = \sqrt{\frac{1+(2\xi\psi)^2}{\left(1-\psi^2\right)^2+(2\xi\psi)^2}}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega},\quad \Omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = 100\pi\,\mathrm{s^{-1}},\quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 6.32\,\mathrm{s^{-1}};\quad \psi = 50$$

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{cm}},\quad m = \frac{G}{g} = 100\,\mathrm{kg};\quad \xi = 0.08$$

$$p = 3.23\cdot 10^{-3}$$

$$F_p = F_0\cdot p = 3.23\,\mathrm{N}$$

ZADATAK 16

Turbina mase 1000 kg fundirana je na podlozi krutosti 4000 N/m i otpornosti 100Ns/m. Neuravnotežena masa turbine od 100 kg, pri broju obrtaja 96 min^{-1}, osciluje po zakonu:

$$z(t) = 2\cdot 10^{-3}\sin\omega t\ [\mathrm{m}].$$

Izračunati vrednost amplitude prenete sile.

$m_1 = 100\,\mathrm{kg},\ n = 96\,\mathrm{min^{-1}},\ m = 1000\,\mathrm{kg},\ c = 4000\,\mathrm{N/m},\ b = 100\,\mathrm{Nm/s};\ F_p = ?$

$$F_p = F_0\cdot p$$

$$p = \frac{F_p}{F_0} = \sqrt{\frac{1+(2\xi\psi)^2}{\left(1-\psi^2\right)^2+(2\xi\psi)^2}}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega},\quad \Omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = 10\,\mathrm{s^{-1}},\quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 2\,\mathrm{s^{-1}};\quad \psi = 5$$

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{cm}} = 0.025$$

$$p = 0.04$$

$$F_0 = m_1\omega^2 A_e = 20\,\mathrm{N}$$

$$F_p = 0.8\,\mathrm{N}$$

ZADATAK 17

Kompresor mase 800 kg postavljen je na podlogu krutosti 400 N/m i otpornosti 10 Ns/m. Pokretni (rotirajući) deo kompresora, mase 150 kg, radi sa brojem obrtaja 384 min^{-1} i pritom zauzima ekscentričan položaj u odnosu na osu, čija se vrednost menja po zakonu:

$$z(t) = 2\cdot10^{-3}\cos\omega t + 2\cdot10^{-3}\cos(\omega t + \pi/4)\ \ [\text{m}].$$

Odrediti koeficijent prenošenja i amplitude elastične i otporne sile.

$m = 800\,\text{kg},\quad c = 400\,\text{N/m},\quad b = 10\,\text{Nm/s},\quad m_1 = 150\,\text{kg},\quad n = 384\,\text{min}^{-1};\quad p, F_c, F_b = ?$

$$p = \frac{F_p}{F_0} = \sqrt{\frac{1+(2\xi\psi)^2}{(1-\psi^2)^2 + (2\xi\psi)^2}}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega},\quad \Omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = 40\,\text{s}^{-1},\quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 0.7\,\text{s}^{-1};\quad \psi = 57$$

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{cm}} = 8.85\cdot10^{-3}$$

$$p = 3.45\cdot10^{-4}$$

$$F_0 = m_1 A_a = m_1\omega^2 A_e$$

$$z(t) = 2\cdot10^{-3}\cos\omega t + 2\cdot10^{-3}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = A_e\cos(\omega t + \theta)$$

$$A_e = \sqrt{A_{z_1}^2 + A_{z_2}^2 + 2A_{z_1}A_{z_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};\quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4}\ \text{rad},\ \varphi_1 = 0\ \text{rad}$$

$$A_e = 3.7\cdot10^{-3}\,\text{m}$$

$$F_0 = 885.6\,\text{N}$$

$$F_p = F_0\cdot p = 0.3\,\text{N}$$

$$F_p = \sqrt{F_c^2 + F_b^2} = \sqrt{(cA_z)^2 + (b\cdot\omega A_z)^2}$$

$$A_z = \sqrt{\frac{F_{pr}^2}{c^2 + (b\omega)^2}} = 5.3\cdot10^{-4}\,\text{m}$$

$$F_c = cA_z = 0.2\,\text{N},\ F_b = b\cdot A_v = b\cdot\omega A_z = b\cdot 2\pi f\cdot A_z = 0.2\,\text{N}$$

ZADATAK 18

Masa rotora turbine od 40 kg napravi 60 ob./min. i pritom osciluje po zakonu:

$$z(t) = 4 \cdot 10^{-4} \sin \omega t + 4 \cdot 10^{-4} \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)[\mathrm{m}].$$

Odrediti kolika je sila elastičnosti na podlozi krutosti 5000 N/m, kao i nivo amplitude ubrzanja mase rotora ako težina turbine iznosi 981 N.

$m_1 = 40\,\mathrm{kg}, \quad G = 981\,\mathrm{N}, \quad n = 60\,\mathrm{min}^{-1}, \quad c = 5000\,\mathrm{N/m}; \quad F_c, L_a = ?$

$$p = \frac{F_p}{F_0} = \frac{1}{1-\psi^2}$$

$$\psi = \frac{\Omega}{\omega}; \quad \Omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = 2\pi\,\mathrm{s}^{-1}, \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad m = \frac{G}{g} = 100\,\mathrm{kg}, \quad \omega = 7.07\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$\psi = 0.9$$

$$p = 4.76$$

$$F_{pr} = F_c = c \cdot A_z = p \cdot F_0$$

$$z(t) = e = 4 \cdot 10^{-4} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 4 \cdot 10^{-4} \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = A_e \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A_e = \sqrt{A_{z_1}^2 + A_{z_2}^2 + 2A_{z_1}A_{z_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}; \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2}\,\mathrm{rad}, \quad \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$$

$$A_e = 8 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$$

$$F_0 = m_1 \cdot A_a = m_1 \cdot \omega^2 A_e = 1.3\,\mathrm{N}$$

$$F_c = 6.188\,\mathrm{N}$$

$$A_z = \frac{F_c}{c} = 1.23 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

$$A_a = \omega^2 A_z = 4.8 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s^2}$$

$$L_a = 20 \log \frac{A_a}{a_0} = 93.6\,\mathrm{dB}$$