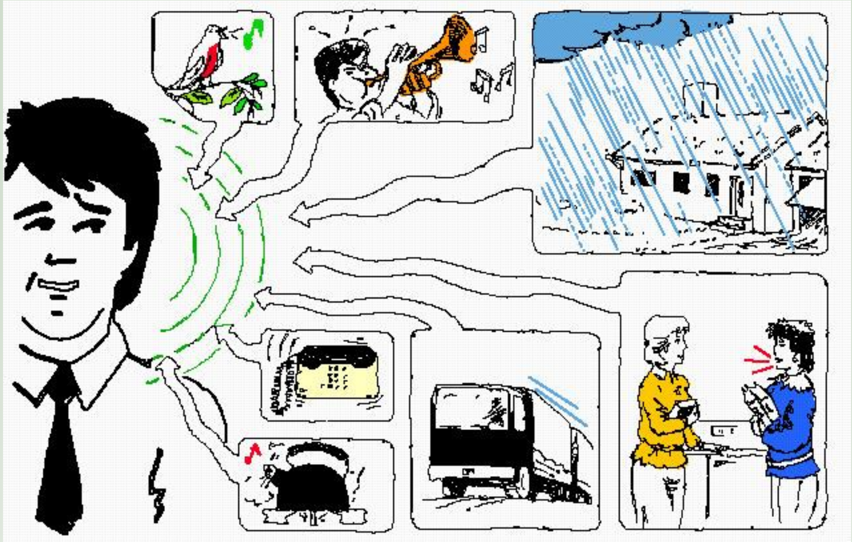
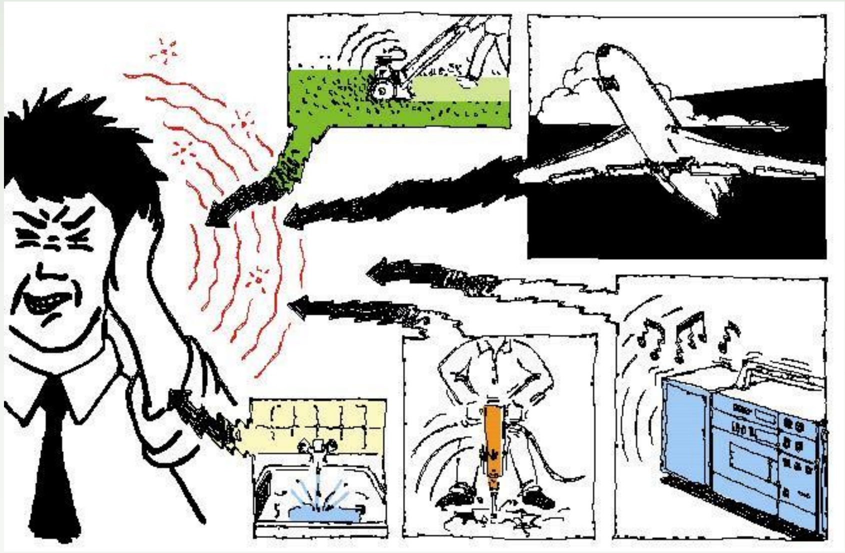
Zvuk i buka

- Zvuk je sastavni deo svakodnevnog života.



- Veoma često zvuk uznemirava i ugrožava čoveka.



Zvuk i buka

- Nivo smetnji zavisi od kvaliteta zvuka ali i od stava prema njemu.

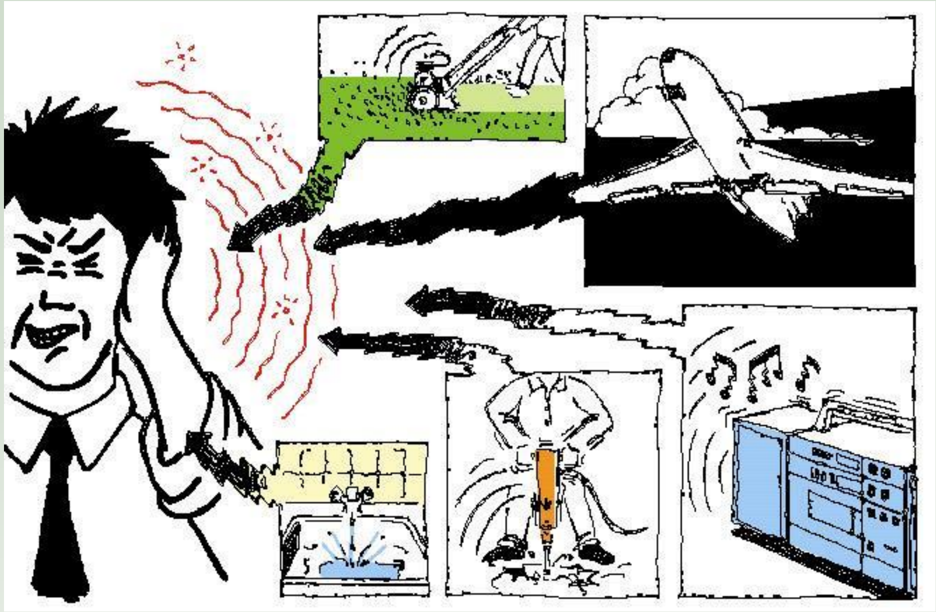
- Zvuk ne treba da bude glasan da bi predstavljao smetnju.

- Ocena glasnosti buke zavisi i od perioda dana.

- Buka može da ima i razorno dejstvo ali i da odšteti ljudsko uvo.

Zvuk i buka

- Zvuk je buka
  - ako zvuk uznemirava i ugrožava čoveka,
  - ako su generisani zvuci neželjeni i neprijatni.

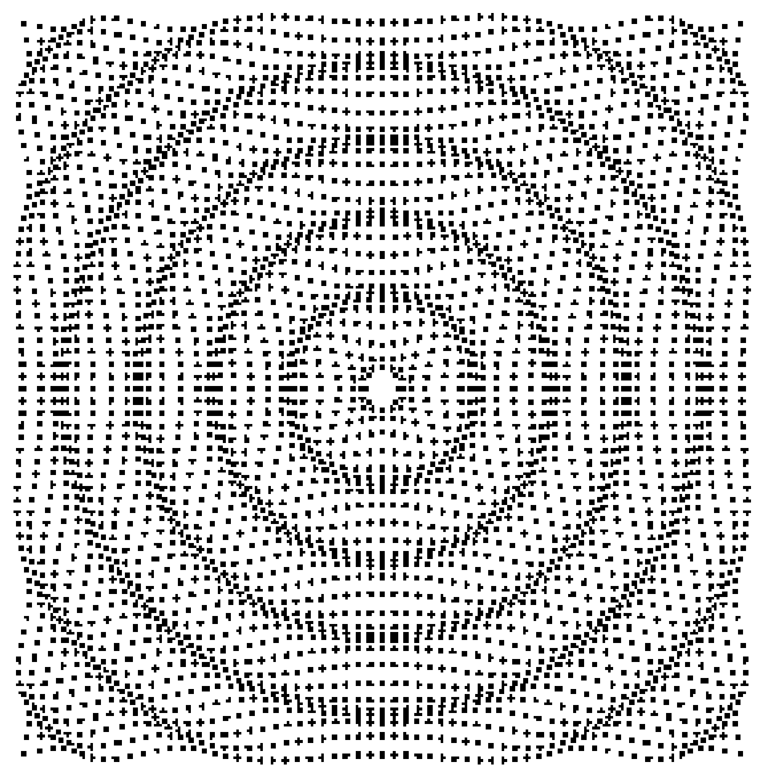


- Nivo ometanja ne zavisi samo od jačine zvuka već i od:
  - kvaliteta zvuka,
  - od stava prema njemu,
  - od perioda dana.

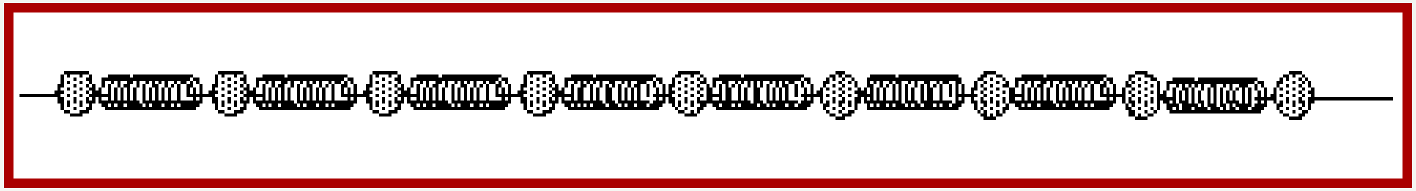
Buka je svaki neželjeni zvuk koji pored fizičkih karakteristika izaziva i psihofiziološke senzacije (smeta, uznemirava, ugrožava).

Zvuk i buka

- Zvučne oscilacije (zvuk) nastaju pod dejstvom spoljašnje sile koja izvodi iz ravnotežnog položaja čestice elastične sredine i podstiče ih na ocilatorno kretanje oko ravnotežnog položaja.
- Spoljašna sila koja izaziva poremećaj sredine naziva se izvor zvuka.

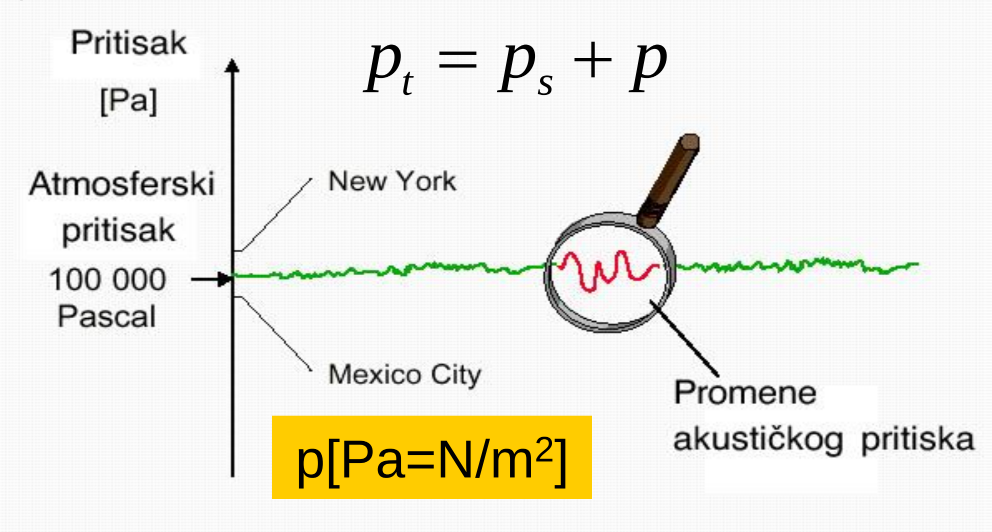


- Zvučni talas se definiše kao poremećaj koji se prostire kroz elastičnu sredinu, prenoseći energiju s jedne lokacije na drugu.



Zvuk i buka

- Promene položaja čestica, tzv. akustičke ili zvučne oscilacije, praćene su promenama akustičkog ili zvučnog pritiska u elastičnoj sredini oko ravnotežne vrednosti.
- Zvučni pritisak predstavlja promenljivu komponentu ukupnog pritiska u nekoj tački elastične sredine koja se superponira atmosferskom ili statičkom pritisku.
- Zvučni pritisak nastaje kao rezultat generisanja zvuka i prostiranja zvučnih talasa.



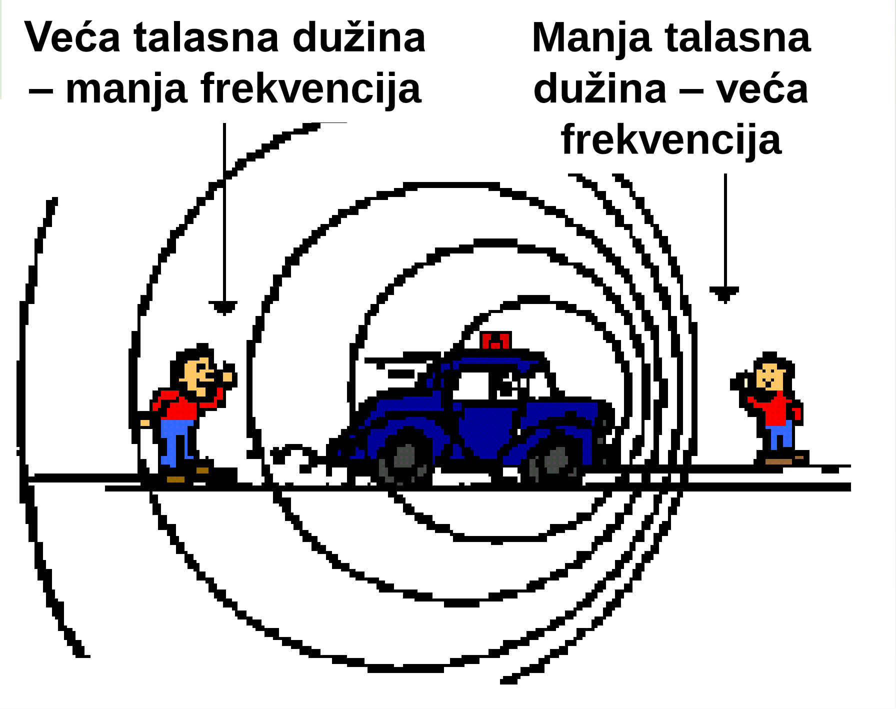
$$p_t = p_s + p$$

$p[Pa=N/m^2]$

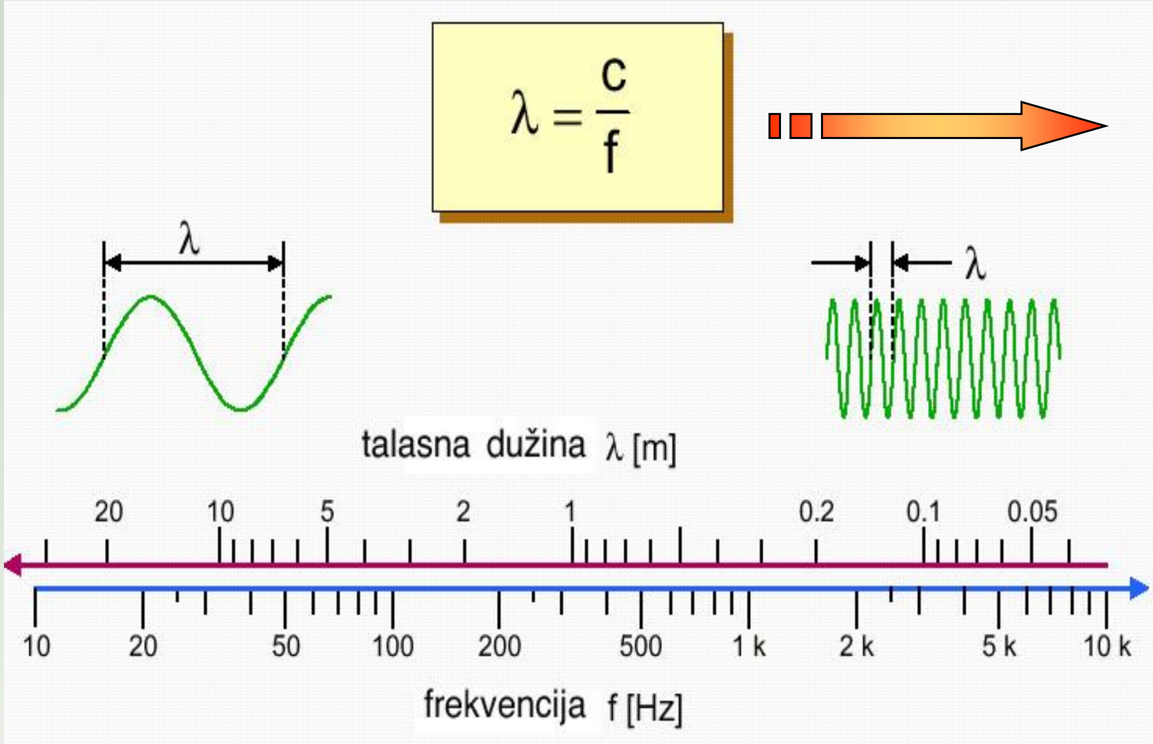
Zvuk i buka

Osnovne veličine koje karakterišu zvučne talase i njihovo prostiranje su:

- talasna dužina, λ[m]
- frekvencija, f [Hz]
- period oscilovanja, T [s]
- brzina prostiranja zvuka – brzina zvuka, c [m/s]



Zvuk i buka



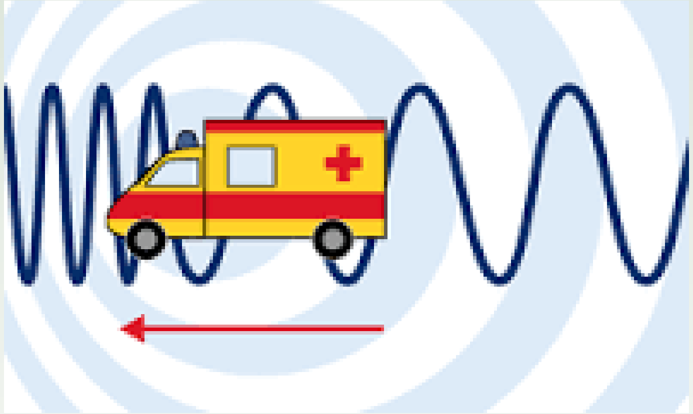
Iako se iz prikazane jednačine može izračunati brzina zvuka na osnovu frekvencije i talasne dužine, brzina zvuka ne zavisi od talasne dužine i frekvencije.

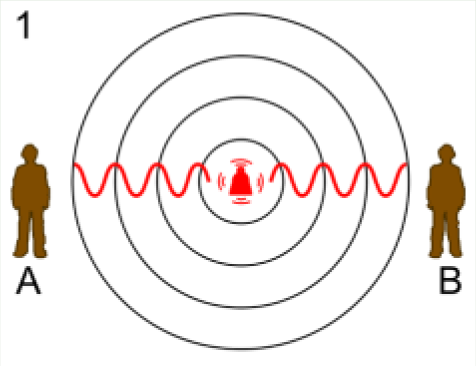
- Frekvencija i talasna dužina su međusobno zavisne veličine.

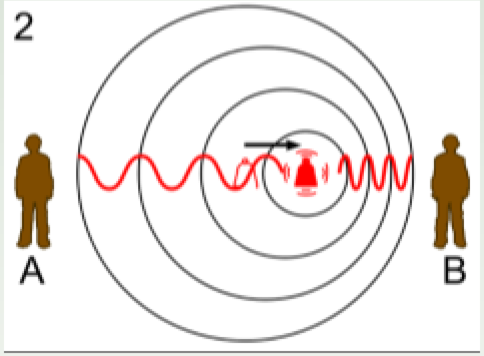
frekvencija	20 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz	20 kHz
talasna dužina	17 m	3,4 m	34 cm	3,4 cm	1,7 cm

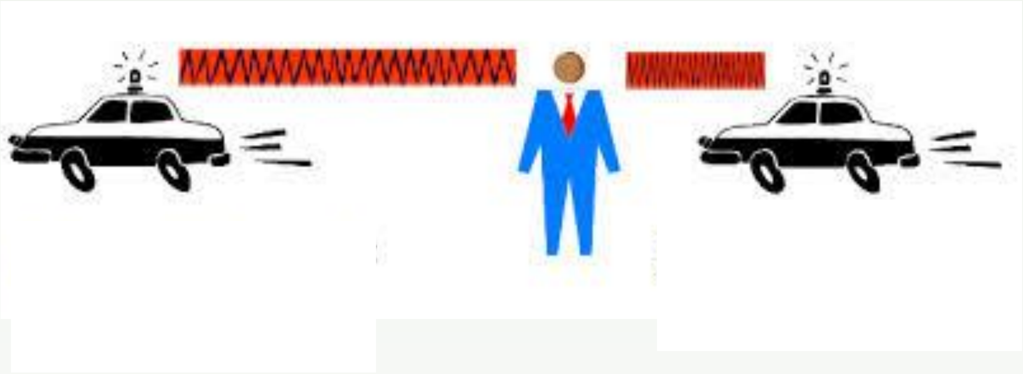
Doplerov efekat

- Doplerov efekat je pojava promene frekvencije koja nastaje kao rezultat kretanja izvora ili prijemnika u odnosu na sredinu ili kretanja sredine.
- Objašnjenje: Pri približavanju izvora prijemniku do prijemnika dolazi više zvučnih talasa u jedinici vremena tako da je frekvencija koja se opaža na mestu prijemnika veća.









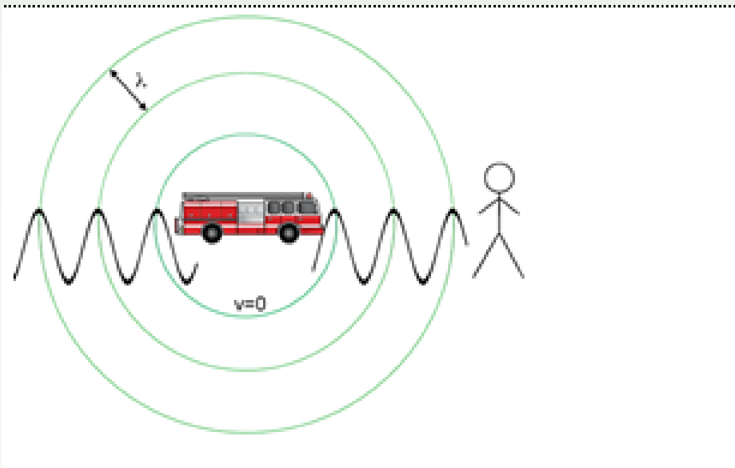
Doplerov efekat

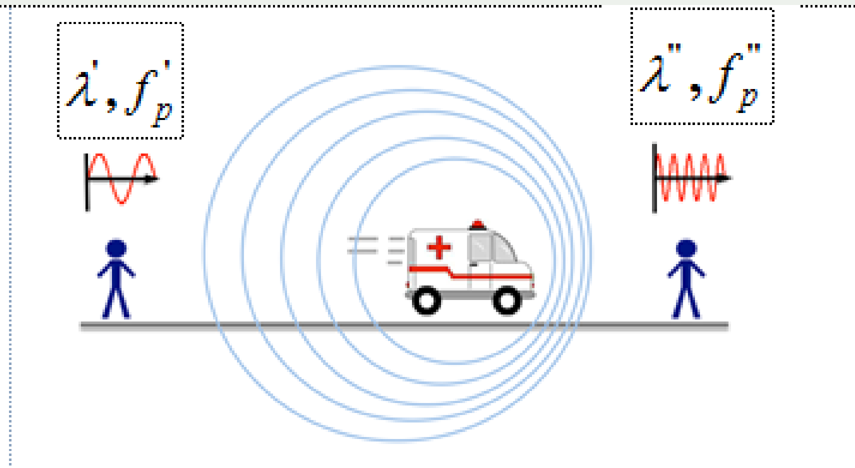
Frekvencija zvučnih talasa na mestu prijemnika:

$$f_p = f_s \frac{c \pm v_p}{c \pm v_s}$$

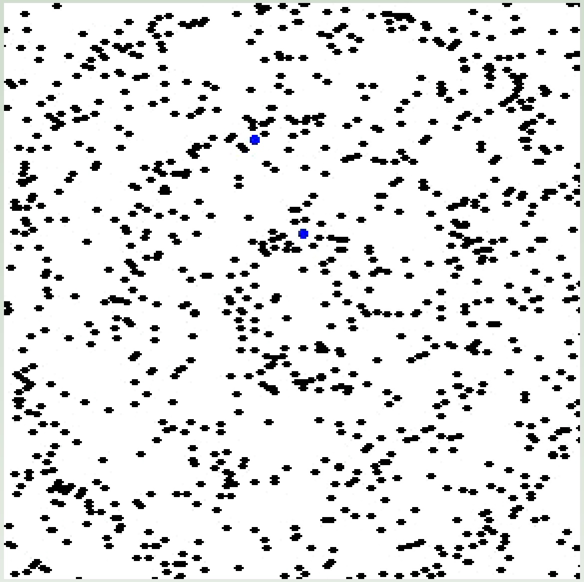
- f_p – frekvencija na mestu prijemnika
- f_s – frekvencija izvora
- v_p – brzina prijemnika
- v_s – brzina izvora

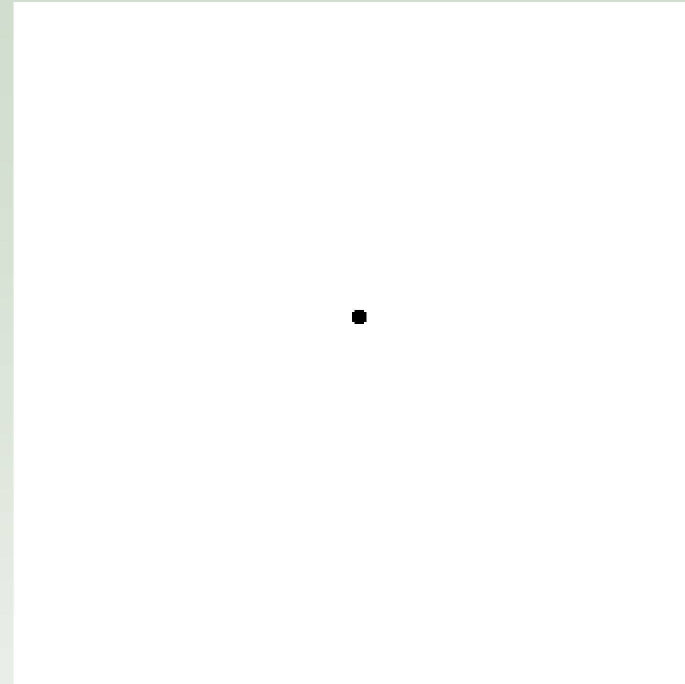
- Znak minus kada se izvor i prijemnik približavaju (frekvencija na mestu prijemnika se povećava)
- Znak plus kada se izvor i prijemnik udaljavaju (frekvencija na mestu prijemnika)





Doplerov efekat

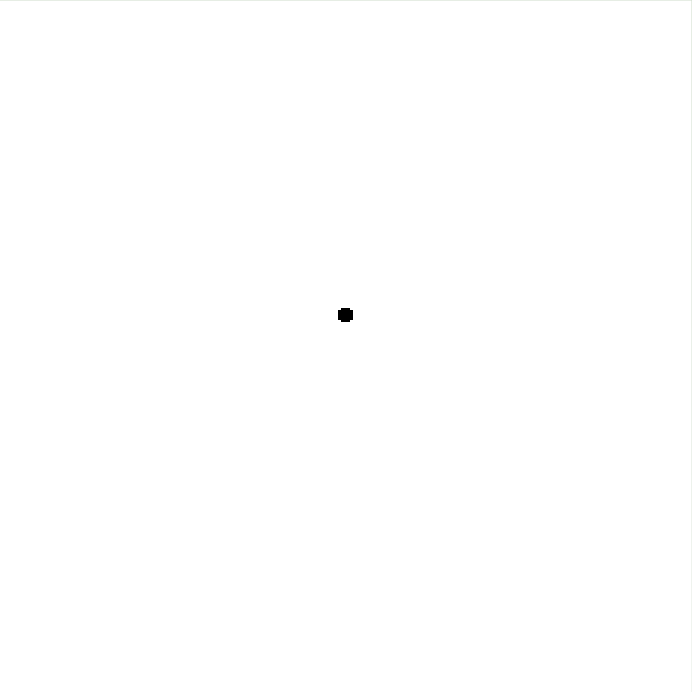




- Stacionarni zvučni izvor
  - Talasi se emituju konstantnom frekvencijom f_s.
  - Talasni front se prostire brzinom zvuka.
  - Rastojanje između talasnih frontova je jednako.
  - Svi posmatrači čuju istu frekvenciju - f_s.

Doplerov efekat

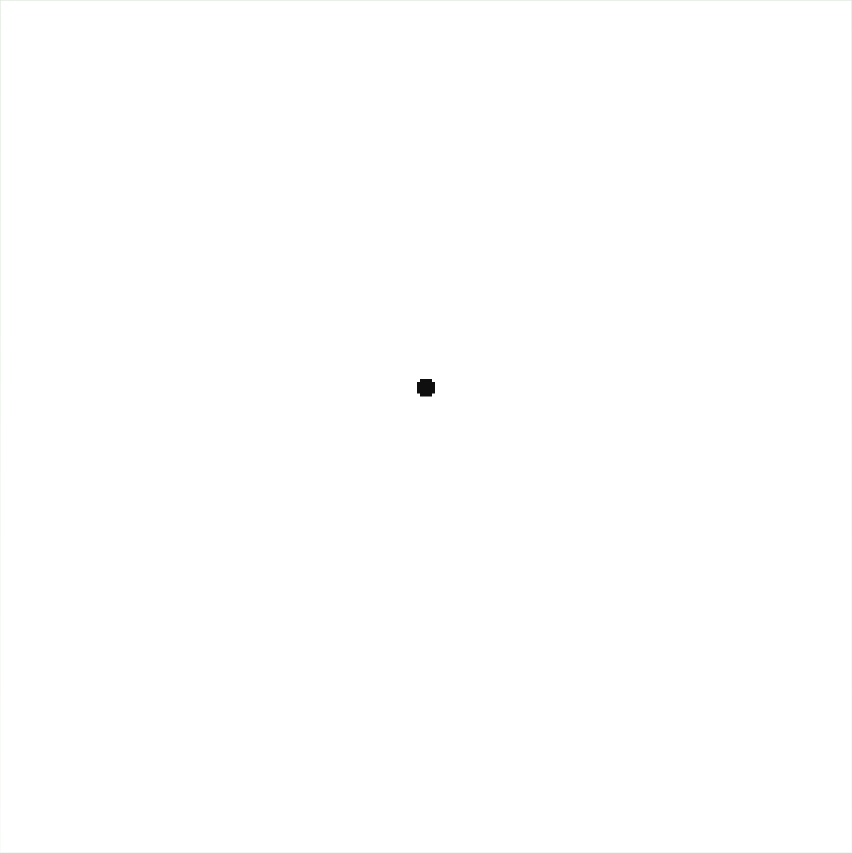
- Pokretni zvučni izvor ($v_s<c$)



  - Talasi se emituju konstantnom frekvencijom f_s.
  - Centar talasnih frontova se pomera udesno.
  - Rastojanje između talasnih frontova je različito - manje ispred izvora, veće iza izvora.
  - Posmatrač ispred izvora čuje veću frekvenciju od f_s, dok posmatrač iza izvora čuje nižu frekvenciju.

Doplerov efekat

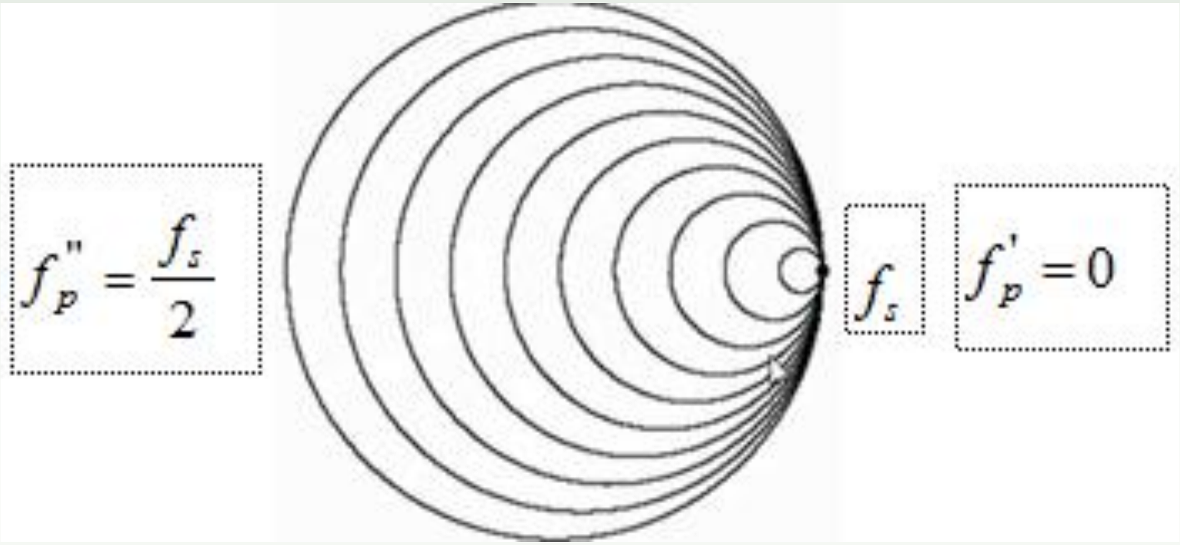
- Pokretni zvučni izvor (v_s=c) – Probijanje zvučne barijere



Piloti supersoničnih aviona registruju zvučni zid u trenutku kada dostižu brzinu zvuka i prelaze na supersonične brzine.

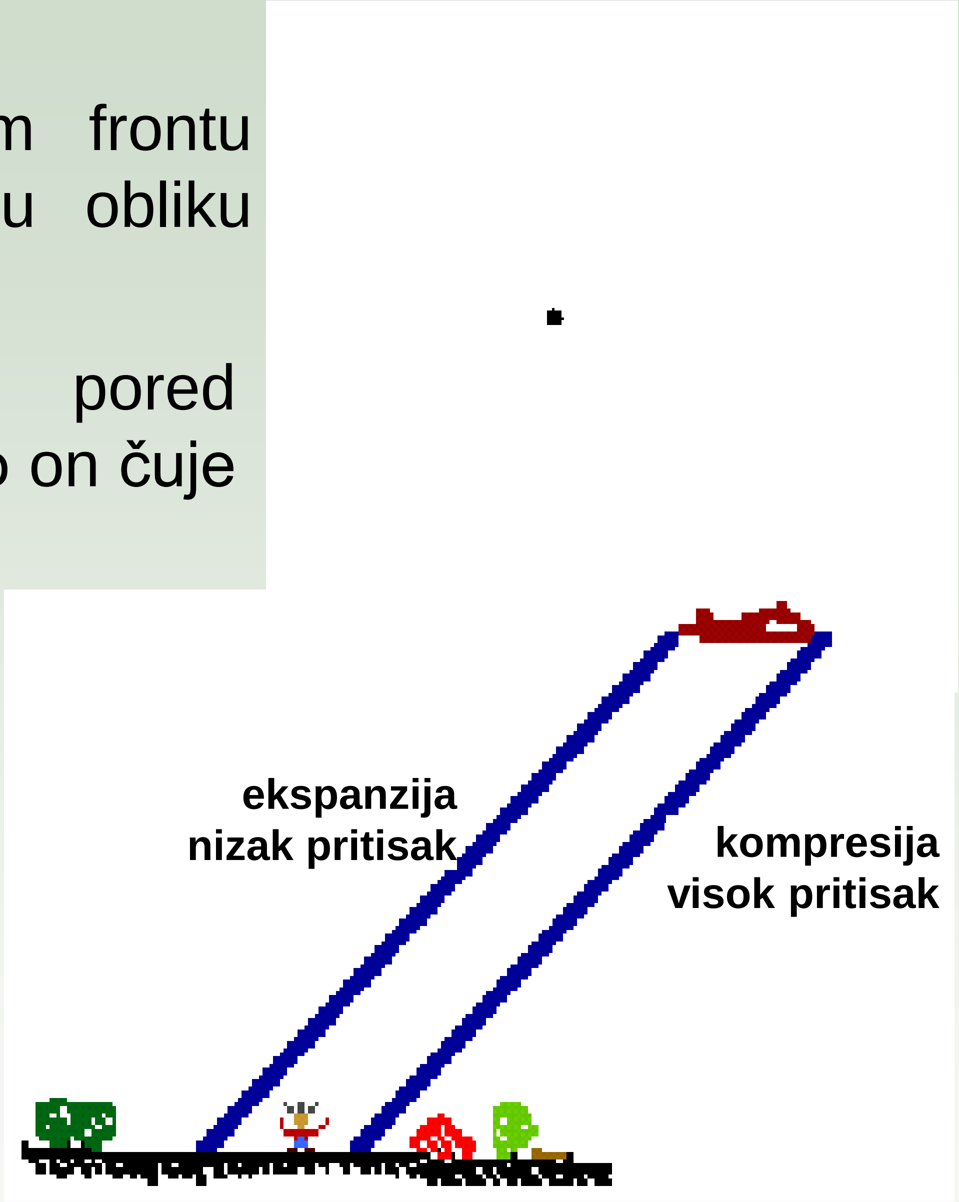
Doplerov efekat

- Pokretni zvučni izvor (v_s=c) – Probijanje zvučne barijere
  - Talasni frontovi se nagomilavaju u jednu tačku, na poziciji izvora.
  - Posmatrač ispred izvora ne čuje ništa dok izvor ne stigne, dok posmatrač iza izvora čuje dvostruko nižu frekvenciju.
  - Na mestu izvora javlja se udarni talas sa veoma intenzivnim pritiskom – vizelno se opaža kao barijera (zid).



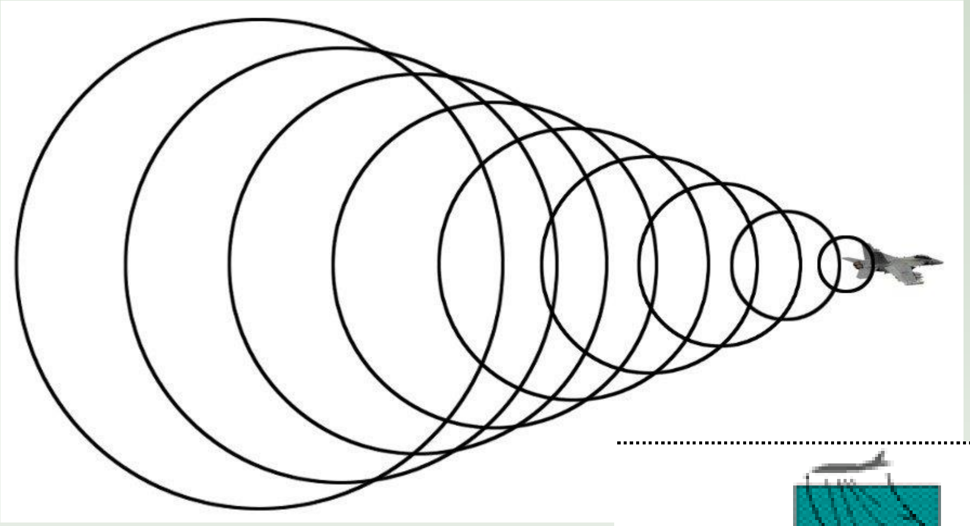
Doplerov efekat

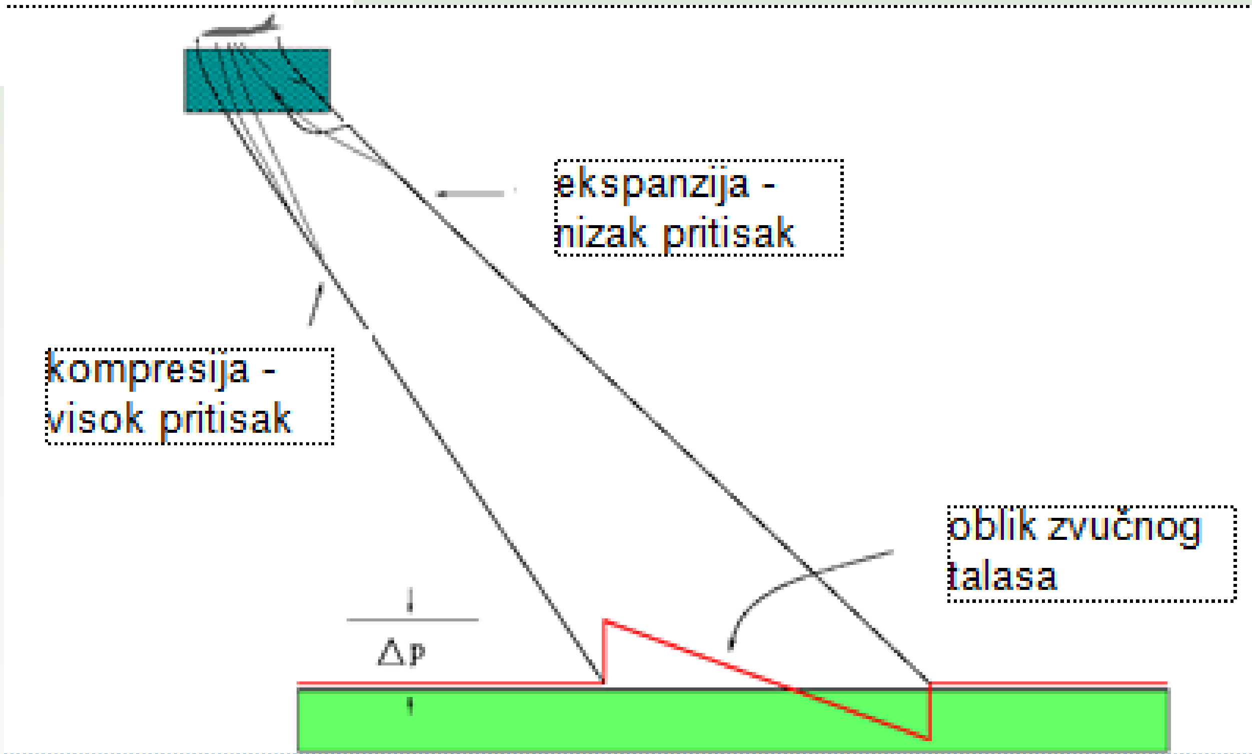
- Pokretni zvučni izvor ($v_s > c$)
  - Izvor prethodi talasnom frontu koji ostaje iza njega u obliku kupe.
  - Zvučni izvor prolazi pored posmatrača pre nego što on čuje zvuk.
  - Nakon prolaska izvora, posmatrač čuje veoma jak zvuk (sonic boom) - istovremeno opaža dva zvučna talasa.



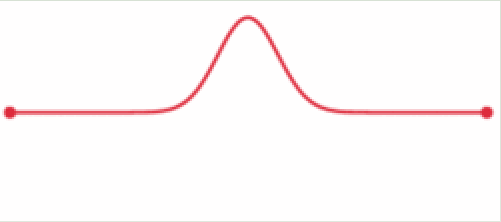
Doplerov efekat

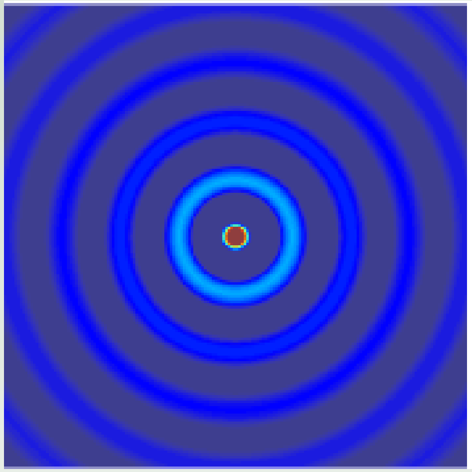
- Pokretni zvučni izvor ($v_s>c$)

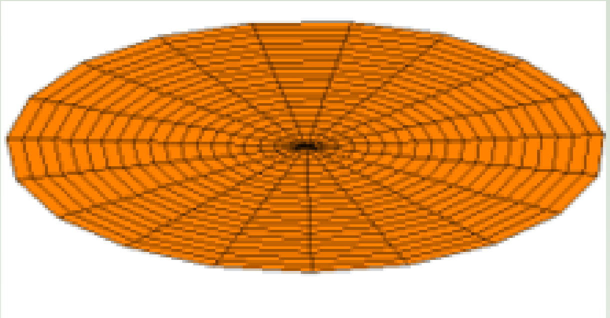




TALASNA JEDNAČINA





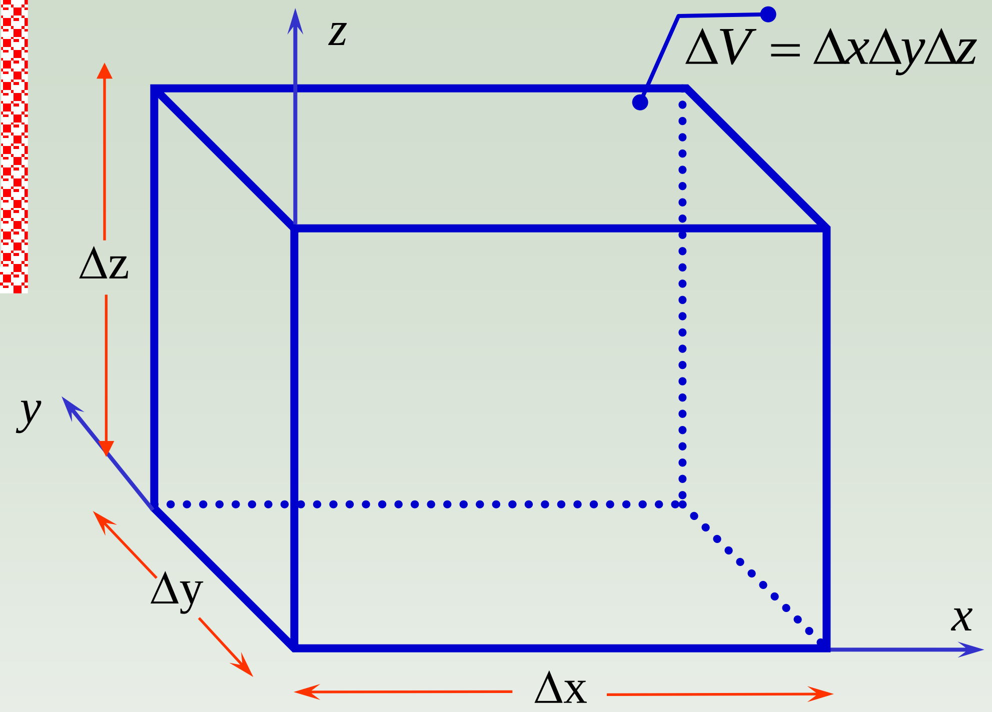


$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0$$

Stacionarno stanje

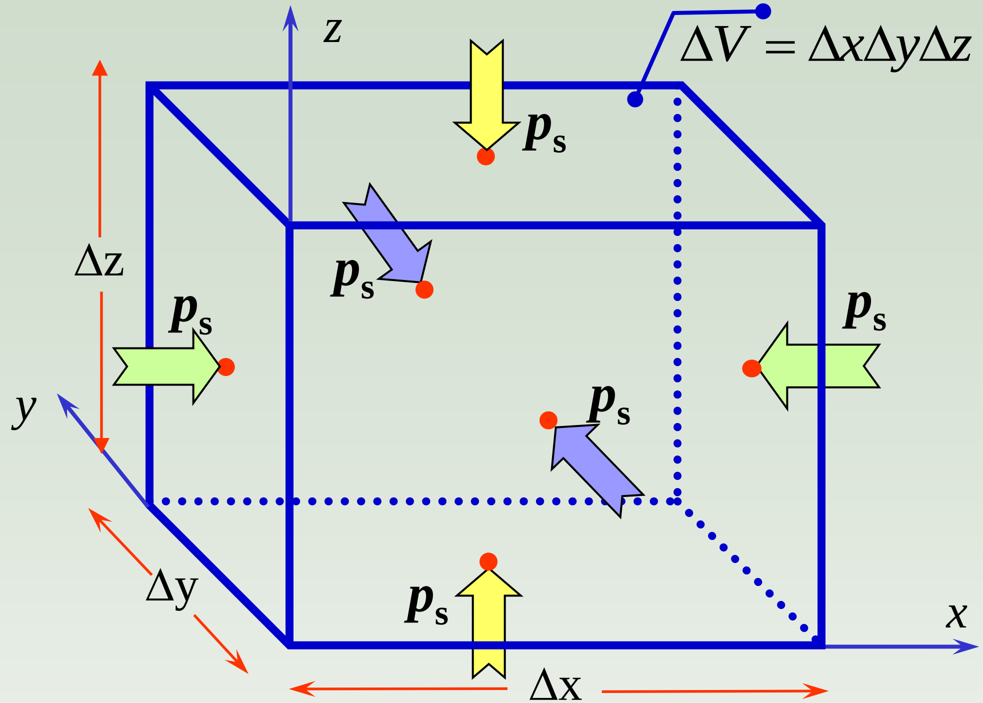
Talasna jednačina povezuje prostornu i vremensku promenu neke od veličina koje opisuju prostiranje zvučnih talasa.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0$$



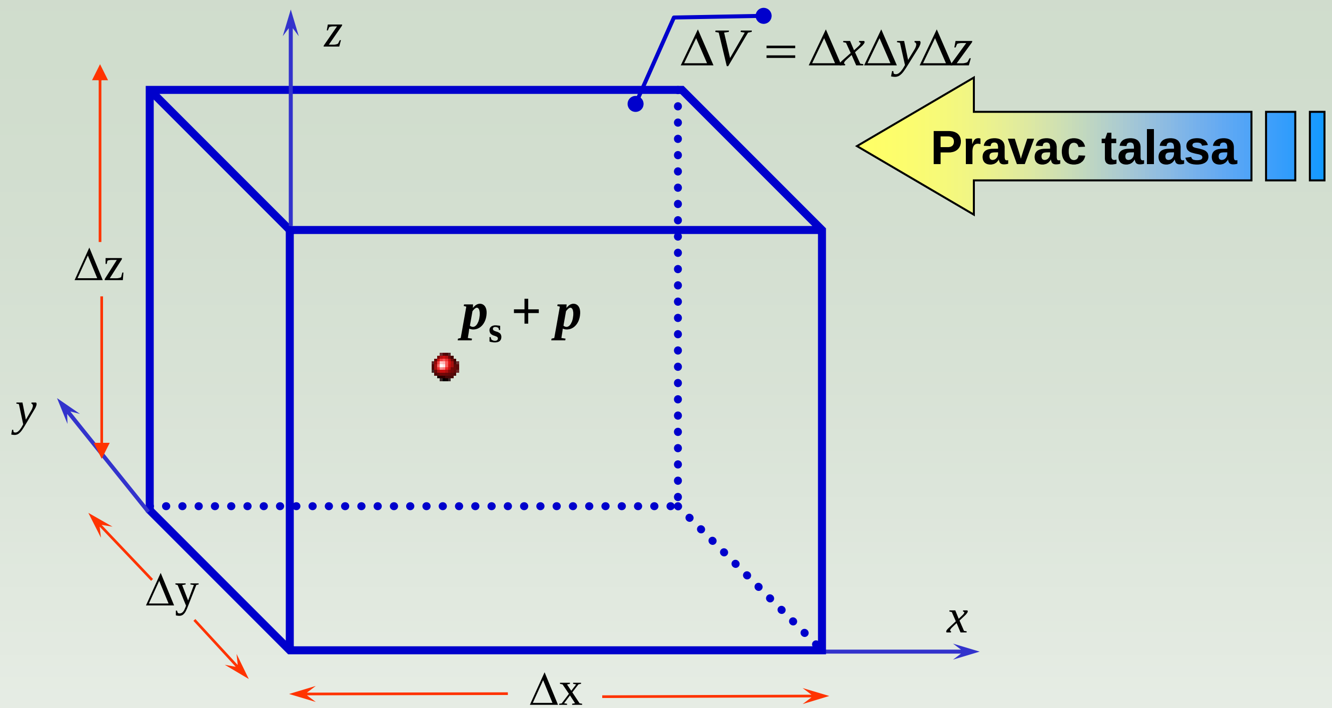
- Za izvođenje talasne jednačine, koja opisuje promene nastale usled delovanja zvučnih talasa, posmatra se delić fluidnog prostora ograničen elementarnom zapreminom ΔV, paralelopipednog oblika, stranica Δx, Δy, i Δz.

Stacionarno stanje

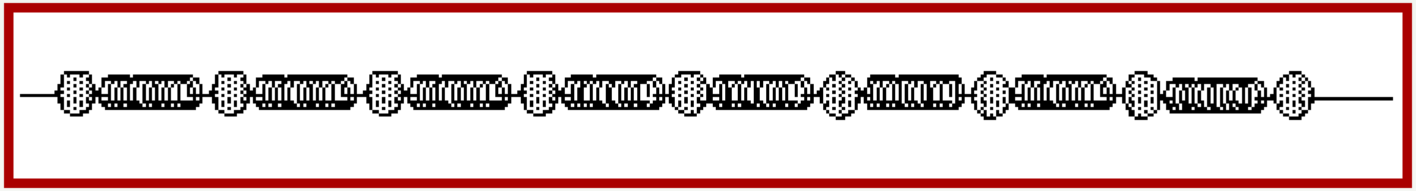


- U stacionarnom stanju, kada nema zvučnih talasa, na stranice paralelopipeda deluju sile koje su posledice statičkog pritiska (za slučaj vazduha - atmosferskog pritiska), koji je jednak u svim tačkama, pa su i sile koje deluju na suprotne stranice paralelopipeda jednake. S obzirom da su smerovi sila suprotni, masa fluida u elementarnoj zapremini miruje.

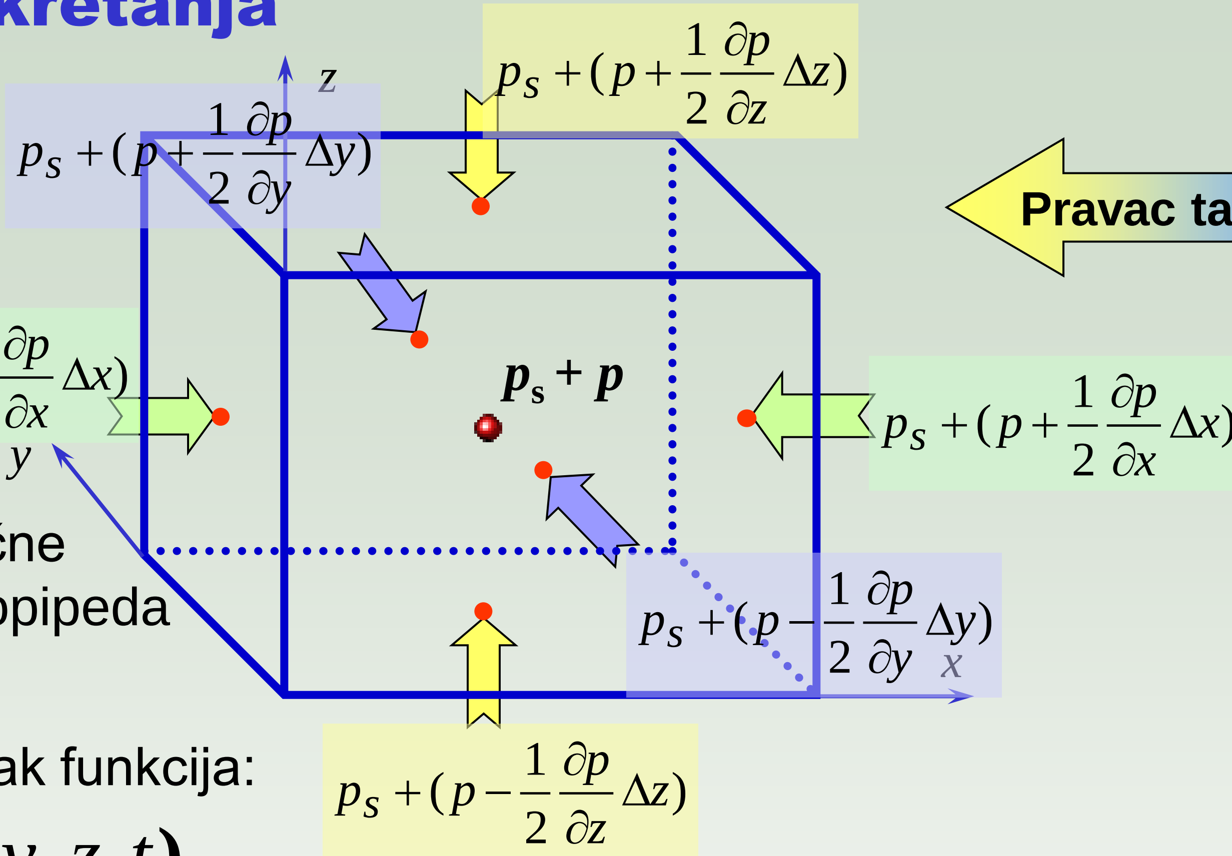
Jednačina kretanja



- Pojavom zvučnih talasa, masa fluida u posmatranoj zapremini izložena je statičkom pritisku fluida i promenljivom zvučnom pritisku u funkciji položaja posmatrane tačke.
- Zvučni pritisak u centru paralelopipeda označićemo sa *p*, tako da je ukupni pritisak u centru p_s+p.



Jednačina kretanja



Pravac talasa

Pritisak na bočne strane paralelopipeda je različit.

- Zvučni pritisak funkcija:

$$p = f(x, y, z, t)$$

- Zakon prostorne promene zvučnog pritiska:

x $\frac{\partial p}{\partial x}$ **Animacija 1**

y $\frac{\partial p}{\partial y}$

z $\frac{\partial p}{\partial z}$

x,y,z

$$\mathbf{grad}\; p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}$$

Animacija 2

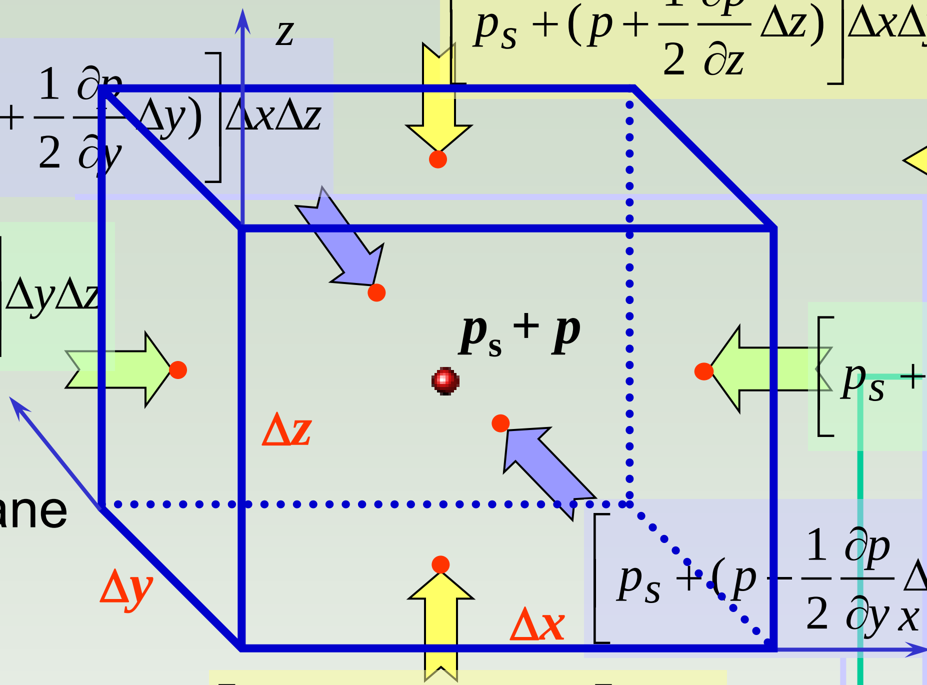
Jednačina kretanja

$$\left[p_s + \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial z}\Delta z\right)\right]\Delta x \Delta y$$

$$\left[p_s + \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial y}\Delta y\right)\right]\Delta x \Delta z$$

Pravac talasa

$$\left[p_s + \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\right)\right]\Delta y \Delta z$$



$$\left[p_s + \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\right)\right]\Delta y \Delta z$$

Sila na bočne strane paralelopipeda je različita.

$$\left[p_s + \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial y}\Delta y\right)\right]\Delta x \Delta z$$

$$\left[p_s + \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial z}\Delta z\right)\right]\Delta x \Delta y$$

x	y	z
$-\frac{\partial p}{\partial x}\Delta V$	$-\frac{\partial p}{\partial y}\Delta V$	$-\frac{\partial p}{\partial z}\Delta V$

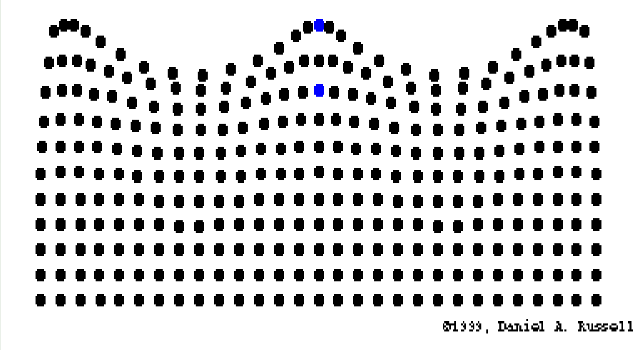
- Rezultujuća sila:

x,y,z

$$\vec{F} = -\left[\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right]\Delta V$$

Jednačina kretanja

- Rezultujuća sila izaziva kretanje posmatranog delića sredine kroz koju se talas kreće.
- Zapreminska gustina posmatranog delića sredine, ρ, može se aproksimirati sa gustinom u stacionarnim uslovima, ρ_s.



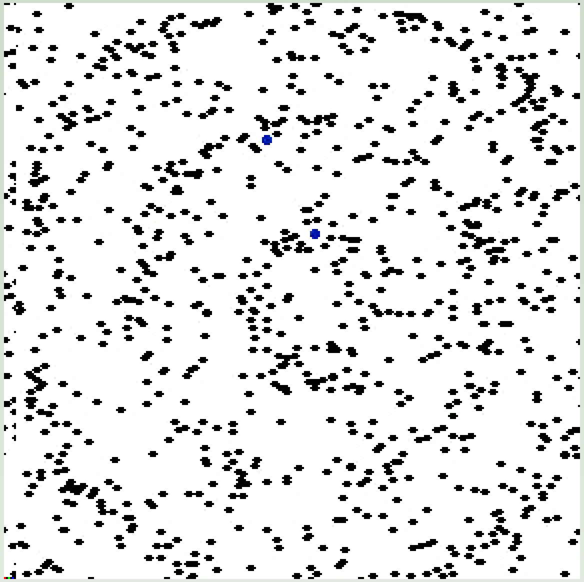
Objašnjenje: Promene zvučnog pritiska su male u odnosu na statički pritisak.

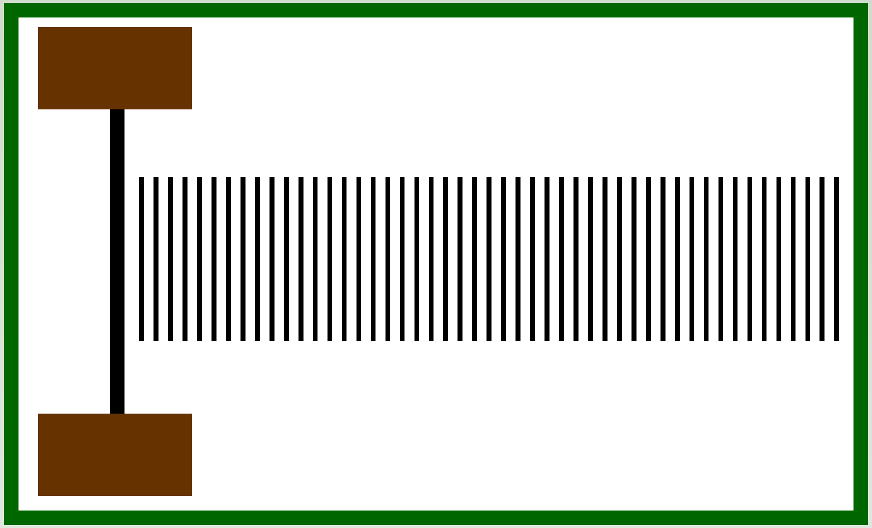
	x	y	z
Primena II Njutnovog zakona:	$F_x = ma_x$ $-\dfrac{\partial p}{\partial x}\Delta V = \rho_s \Delta V \dfrac{\partial v_x}{\partial t}$	$F_y = ma_y$ $-\dfrac{\partial p}{\partial y}\Delta V = \rho_s \Delta V \dfrac{\partial v_y}{\partial t}$	$F_z = ma_z$ $-\dfrac{\partial p}{\partial z}\Delta V = \rho_s \Delta V \dfrac{\partial v_z}{\partial t}$
Jednačine kretanja	$\dfrac{\partial p}{\partial x} = -\rho_s \dfrac{\partial v_x}{\partial t}$	$\dfrac{\partial p}{\partial y} = -\rho_s \dfrac{\partial v_y}{\partial t}$	$\dfrac{\partial p}{\partial z} = -\rho_s \dfrac{\partial v_z}{\partial t}$

x,y,z

$$\boxed{\mathbf{grad}\; p = -\rho_s \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}$$

Jednačina kontinuiteta

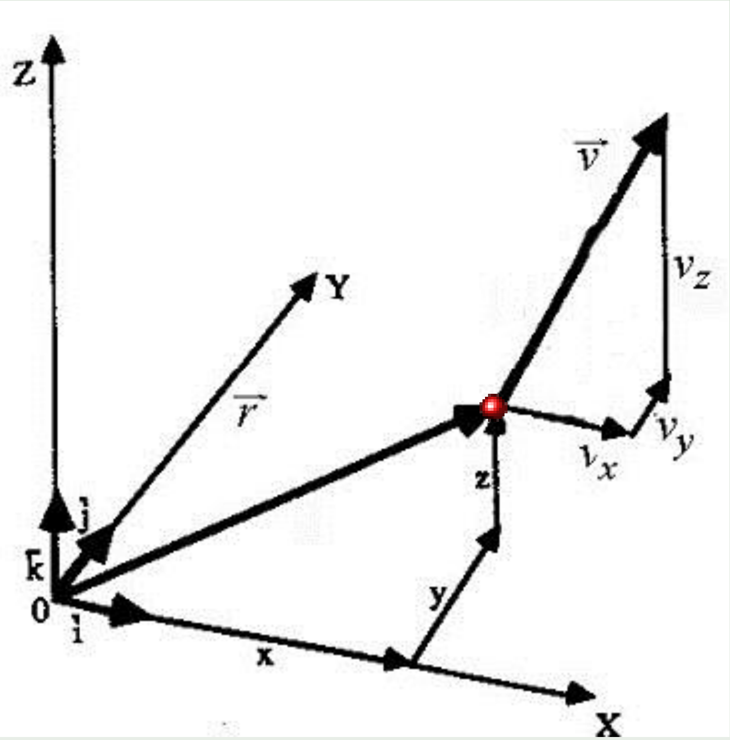




- Zbog zvučnih oscilacija i promene pritiska dolazi i do promene zapremine posmatranog delića sredine, odnosno do kompresije (praćeno smanjenjem zapremine) i ekspanzije fluida (praćeno povećanjem zapremine) u posmatranom elementarnom paralelopipedu.
- Jednačina kontinuiteta predstavlja matematički izraz fizičke činjenice da pri promeni zapremine paralelopipeda masa fluida u njemu ostaje ista.

Jednačina kontinuiteta

- Za definisanje promene zapremine (odnosno dimenzija paralelopipeda) potrebno je definisati premenu brzine čestica u funkciji prostornih koordinata.



- Brzina čestica vektorska funkcija:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

- Komponente brzine funkcija:

$$v_x = f_1(x,y,z,t)$$

$$v_y = f_2(x,y,z,t)$$

$$v_z = f_3(x,y,z,t)$$

- Zakon prostorne promene brzine:

x $\frac{\partial v_x}{\partial x}$ **y** $\frac{\partial v_y}{\partial y}$ **z** $\frac{\partial v_z}{\partial z}$

x,y,z

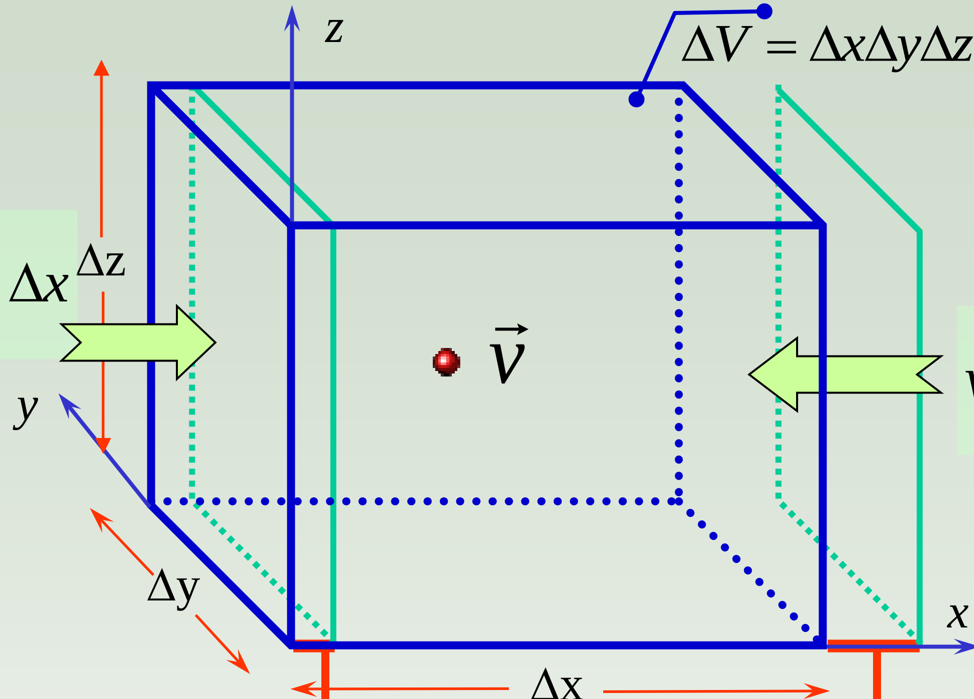
$$\boxed{\mathbf{div}\,\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}}$$

Animacija 3

Jednačina kontinuiteta

Pravac talasa

$$v_x - \frac{1}{2}\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x$$



$$v_x + \frac{1}{2}\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x$$

- Različite brzine čestica u funkciji prostornih koordinata izazivaju različita pomeranja zapremine paralelopipeda.

Pomeraj leve strane: $\left[v_x - \frac{1}{2}\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x\right]dt$

$-$ $+$

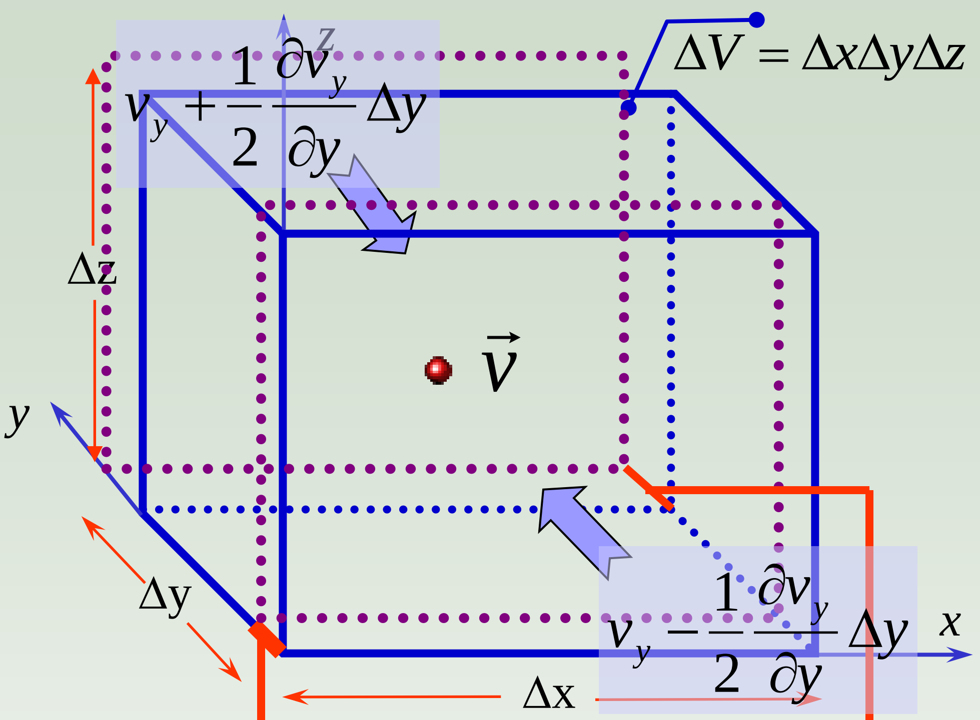
Pomeraj desne strane: $\left[v_x + \frac{1}{2}\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x\right]dt$

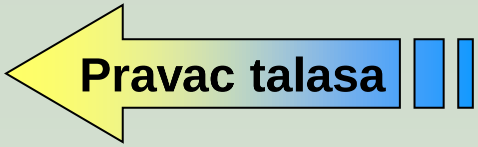
Ukupan pomeraj

$$d\xi_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x dt$$

$$\boxed{d\Delta V_x = \left[\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x dt\right]\Delta y \Delta z}$$

Jednačina kontinuiteta





Analogno

Pomeraj prednje strane:

$$\left[v_y - \frac{1}{2}\frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y\right]dt$$

\-

\+

Pomeraj zadnje strane:

$$\left[v_y + \frac{1}{2}\frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y\right]dt$$

Ukupan pomeraj **y**

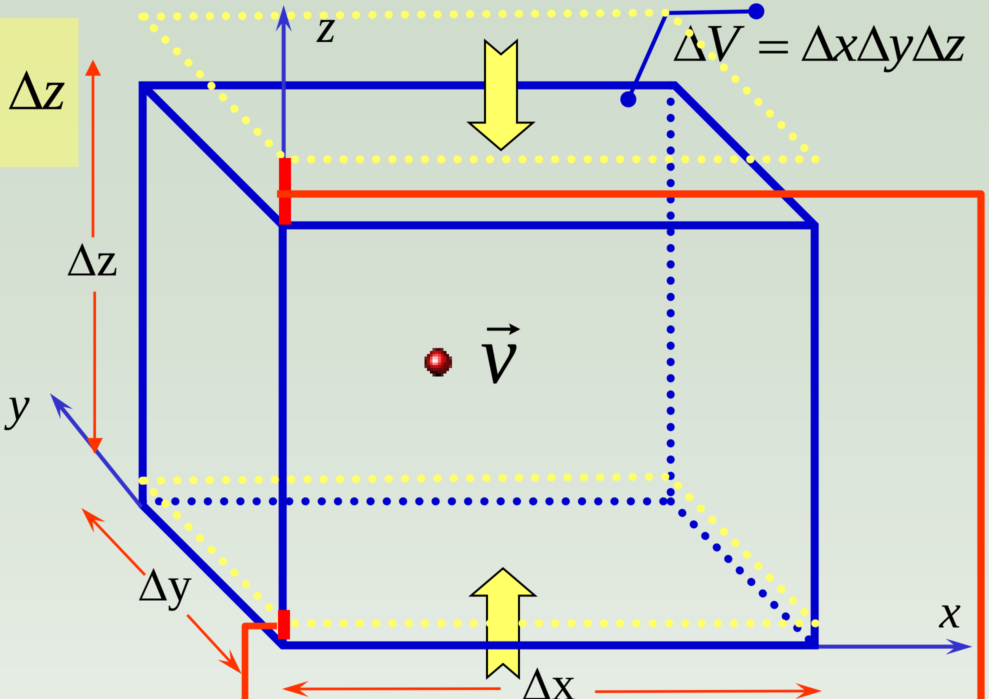
$$\xi_y = \frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y dt$$

$$\boxed{d\Delta V_y = \left[\frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y dt\right]\Delta x\Delta z}$$

Jednačina kontinuiteta

Pravac talasa

$$v_z + \frac{1}{2}\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z$$



$$v_z - \frac{1}{2}\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z$$

Analogno

Pomeraj donje strane:

$$\left[v_z - \frac{1}{2}\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z\right]dt$$

\- \+

Pomeraj gornje strane:

$$\left[v_z + \frac{1}{2}\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z\right]dt$$

Ukupan pomeraj **z**

$$\xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z dt$$

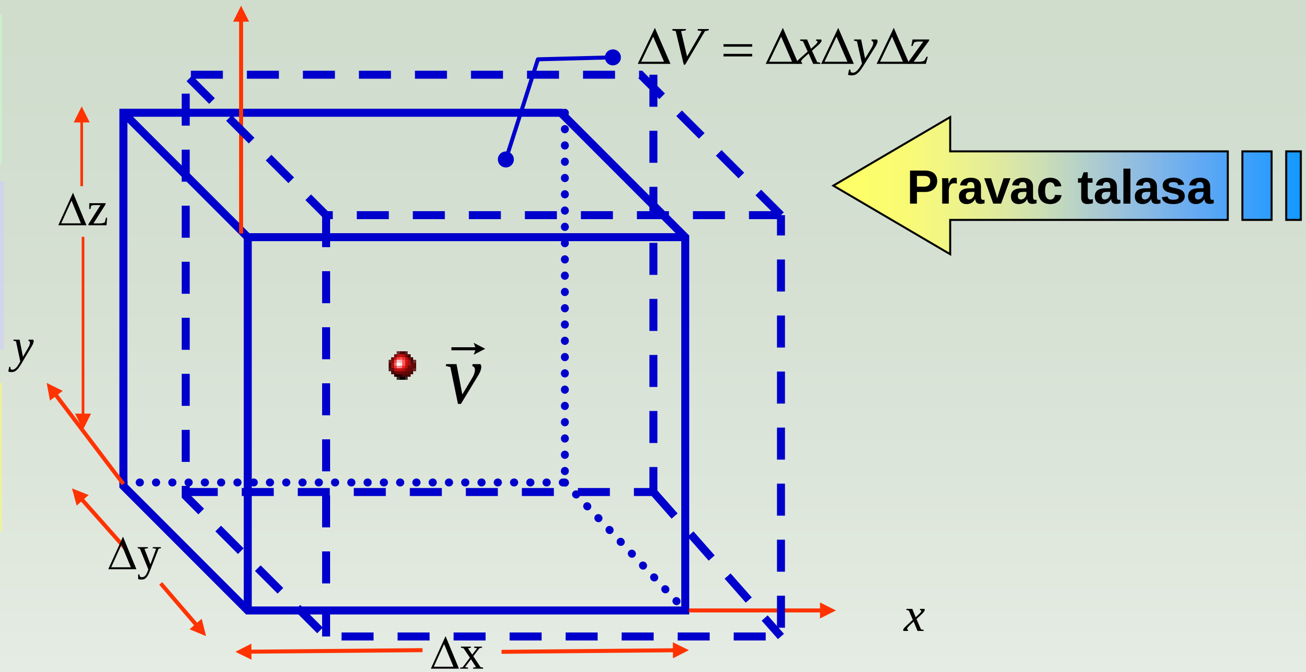
$$d\Delta V_z = \left[\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z dt\right]\Delta x \Delta y$$

Jednačina kontinuiteta

x $$d\Delta V_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta V dt$$

y $$d\Delta V_y = \frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta V dt$$

z $$d\Delta V_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta V dt$$



- Promena ukupne zapremine:

$$d\Delta V = \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right]\Delta V dt = \mathbf{div}\,\vec{v}\,\Delta V dt$$

- Jednačina kontinuiteta:

$$\frac{d\Delta V}{\Delta V} = \mathbf{div}\,\vec{v}\,dt$$

Gasni zakon

- Primenom gasnog zakona (*PV=RT*) na proces prostiranja zvučnih talasa nalazi se relacija između zvučnog pritiska i promene zapremine elementarnog paralelopipeda:

$$\frac{d\Delta V}{\Delta V} = -\frac{1}{p_t \gamma}\mathrm{d}p \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- c_p – specifična toplota pri stalnom pritisku
- c_v – specifična toplota pri stalnoj zapremini
- p_t – ukupni pritisak

Izvođenje

Animacija 4

1. Jednačina kretanja

$$\mathbf{grad}\ p = -\rho_s \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

div

$$\mathbf{div(grad}\ p) = -\rho_s\, \mathbf{div} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

TALASNA JEDNAČINA

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0$$

$$-\frac{1}{p_t\gamma}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_s}\mathbf{div(grad}\ p)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{p_t\gamma}{\rho_s}\mathbf{div(grad}\ p)$$

$$c^2 = \frac{p_t\gamma}{\rho_s}$$

$$\nabla^2(\ldots) = \mathbf{div(grad}(\ldots))$$

2. Jednačina kontinuiteta

$$\frac{d\Delta V}{\Delta V} = \mathbf{div}\,\vec{v}\,dt$$

$$-\frac{1}{p_t\gamma}dp = \mathbf{div}\,\vec{v}\,dt$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -p_t\gamma\,\mathbf{div}\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

3. Jednačina gasnog zakona

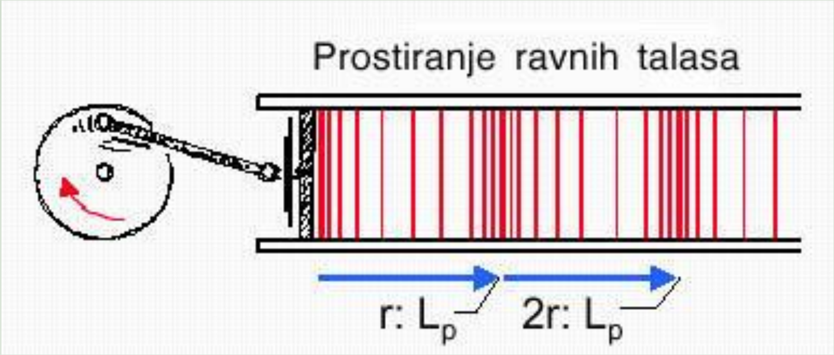
$$\frac{d\Delta V}{\Delta V} = -\frac{1}{p_t\gamma}dp$$

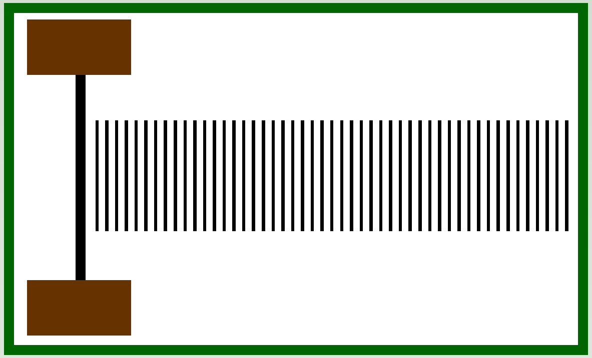
$$\frac{dp}{dt} \approx \frac{\partial p}{\partial t} = -p_t\gamma\,\mathbf{div}\,\vec{v}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

Ravanski talasi

- Oscilovanjem beskonačne ravni ili klipne membrane u pravoj cevi idealno krutih zidova, nastaje najprostiji oblik talasa, ravanski talas.

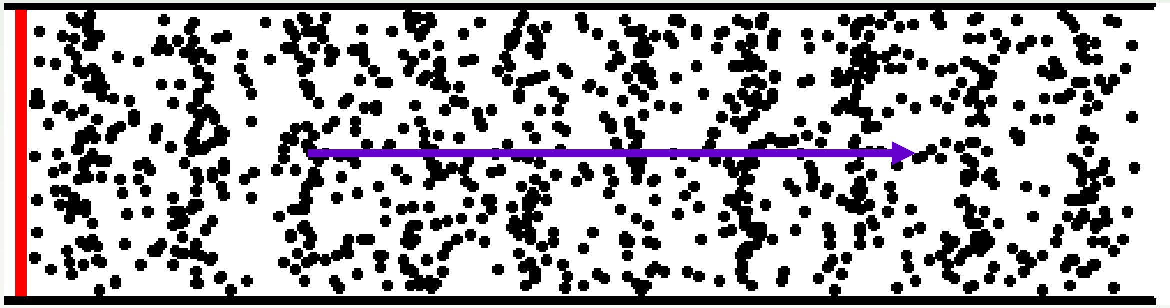




Ravanski talasi

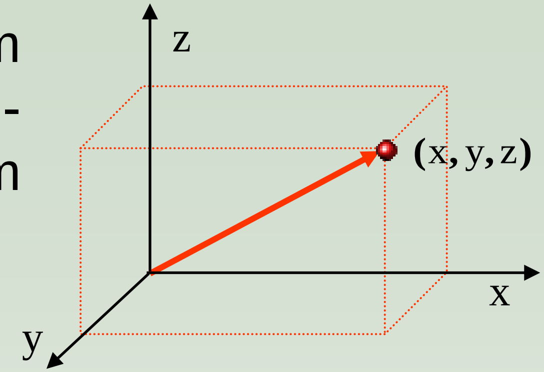
- Talasni front, u obliku beskonačne ravni ili ravni klipne membrane, normalan je na pravac prostiranja talasa i na toj površini u svim tačkama, u bilo kojem trenutku vremena, svaka akustička promenljiva je uniformna bez obzira na vremensku zavisnost polja.

- Formirano zvučno polje se naziva polje ravanskih talasa



Ravanski talas

- Formirano zvučno polje opisuje se homogenom talasnom jednačinom koja predstavlja trodimenzionalni oblik talasne jednačine u Dekartovom koordinatnom sistemu.



$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0$$

∇^2=div(grad...)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) = 0$$

$$\mathbf{grad}\ p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\mathbf{div}\ \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\mathbf{div(grad}\ p\mathbf{)} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2}$$

- Za slučaj prostiranja ravanskh talasa u pravcu x-ose sve akustičke veličine su funkcija samo jedne koordinate x, tako da talasna jednačina ima oblik dat jednačinom:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

Ravanski talas

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

- Opšte rešenje homogene diferencijalne jednačine u stacionarnom režimu sa sinuisoidalnom pobudom:
  - zvučni pritisak sa vremenskom promenom po zakonu sinusoiide

$$\underline{p}(x,t) = \underline{p}(x)e^{j\omega t}$$

- Pretpostavljeno rešenje uneto u talasnu jednačinu daje homogenu diferencijalni jednačinu sa jednom nezavisnom promenljivom:

$$\frac{\partial^2 \underline{p}(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\underline{p}(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \underline{p}(x)}{\partial x^2} + k^2 \underline{p}(x) = 0$$

ω - kružna učestanost, $\omega = 2\pi f$

f - frekvencija, $k = \omega / c = 2\pi f / c = 2\pi / \lambda$

k – fazna konstanta,

Ravanski talas

$$\frac{\partial^2 \underline{p}(x)}{\partial x^2} + k^2 \underline{p}(x) = 0$$

$$\underline{p}(x,t) = \underline{p}(x) e^{j\omega t}$$

- Opšte rešenje homogene diferencijalne jednačine ima oblik:

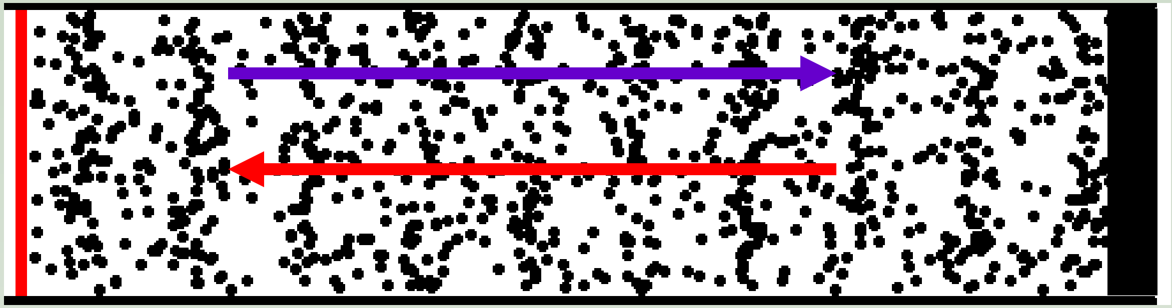
$$\underline{p}(x) = \underline{A}_p^+ e^{-jkx} + \underline{A}_p^- e^{jkx}$$

Kompleksne konstante zavisne od graničnih i početnih uslova

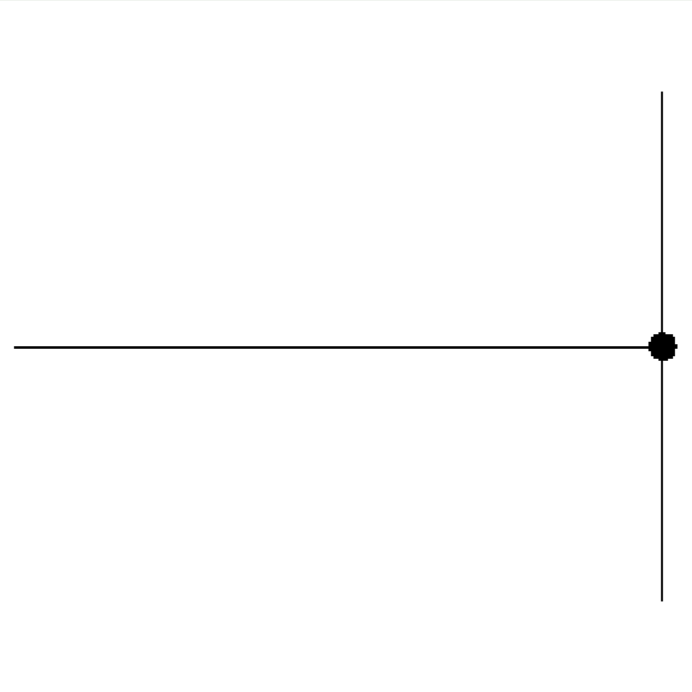
- Konačno rešenje ima oblik:

$$\underline{p}(x,t) = \underline{A}_p^+ e^{j(\omega t - kx)} + \underline{A}_p^- e^{j(\omega t + kx)}$$

Ravanski talas



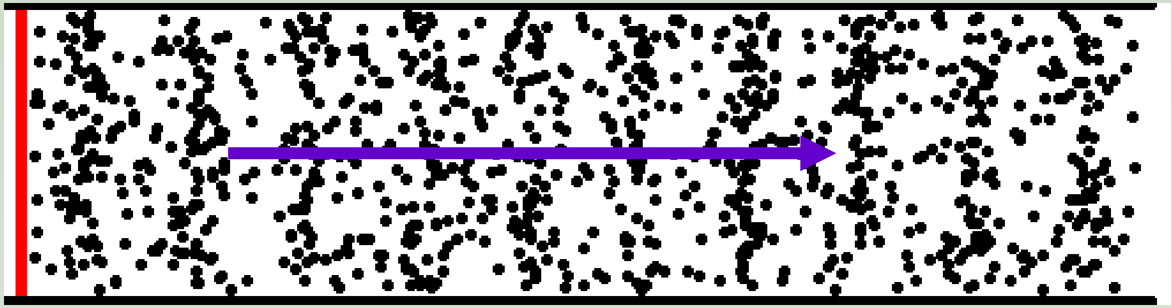
$$\underline{p}(x,t) = \underline{A}_p^+ e^{j(\omega t - kx)} + \underline{A}_p^- e^{j(\omega t + kx)}$$



- Prvi član jednačine predstavlja progresivni talas koji se prostire u pozitivnom smeru x-ose brzinom c, dok drugi član predstavlja reflektovani zvučni talas koji se prostire u negativnom smeru x-ose, istom brzinom.

Ravanski talas

$$\underline{p}(x,t) = \underline{A}_p^+ e^{j(\omega t - kx)}$$



- Za slučaj beskonačno duge cevi prostire se samo progresivni talas, jer ne dolazi do refleksije. Vrednost zvučnog pritiska u tom slučaju predstavljena je gornjim izrazom.

- Trenutna vrednost zvučnog pritiska p(x,t) određena je realnom kompone-ntom kompleksne veličine pritiska.

$$p(x,t) = \mathbf{Re}\left\{\underline{p}(x,t)\right\} = A_p \mathbf{cos}(\omega t - kx)$$

A_p – amplituda zvučnog pritiska

Ravanski talas

$$p(x,t) = \mathbf{Re}\left\{\underline{p}(x,t)\right\} = A_p \,\mathbf{cos}(\omega t - kx)$$

- Polazeći od relacija koje povezuju akustičke veličine mogu se izvesti izrazi za trenutne vrednosti pomeraja čestice i brzine oscilovanja čestice:

$$p(x,t) = -K\frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \xi(x,t) = A_\xi \,\mathbf{sin}(\omega t - kx)$$

$$K = \rho c^2$$

zapreminski moduo elastičnosti

A_ξ, Av – amplitude pomeraja i brzine

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t} \Rightarrow v(x,t) = A_v \,\mathbf{cos}(\omega t - kx)$$

Ravanski talas

- Efektivna vrednost zvučnog pritiska (veličina koje se meri) u svim tačkama polja ravnog talasa je ista.

Animacija

- Odnos zvučnog pritiska i brzine oscilovanja čestica definiše specifičnu akustičku impedansu sredine kroz koju se prostire talas i određuje reakciju sredine na prostiranje talasa.

$$\underline{Z}_S = \frac{\underline{p}}{\underline{v}}$$

- Za ravanske talase specifična akustička impedansa ima konstantnu vrednost što znači da su pritisak i brzina u fazi, odnosno da imaju istu vremensku i prostornu raspodelu u fiksnom vremenskom trenutku.

$$\underline{Z}_S = \rho c$$

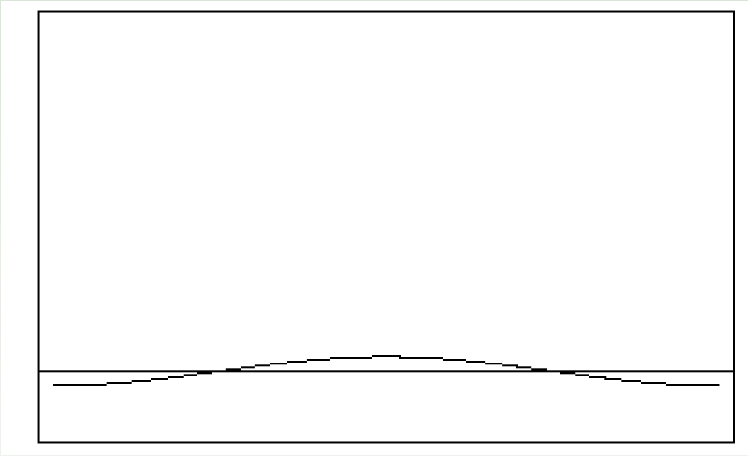
- Za ravanske talase specifična akustička impedansa zavisi od karakteristika sredine i u vazduhu pri sobnoj temeperaturi i normalnom pritisku ima približno vrednost:

$$\underline{Z}_S = 414\left[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s/m^2}\right]$$

- Kako je specifična akustička impedanca realna veličina, za ravanske talase nije potrebno posmatrati parametre polja u kompleksnom obliku, što znatno pojednostavljuje analizu.

Ravanski talas

- Prethodno prikazane jednačine opisuju osnovne akustičke veličine ravanskog progresivnog neprigušenog zvučnog talasa. Ukoliko se zvučni talas prostire u sredini sa gubicima, nastaje ravanski progresivan prigušeni talas čija se amplituda menja po eksponencijalnom zakonu. Efektivna vrednost zvučnog pritiska nije ista u svim tačkama!
- Jednačine koje opisuju osnovne akustičke veličine prigušenog talasa:



$$\xi(x,t) = A_\xi e^{-\beta x} \,\mathbf{sin}(\omega t - kx)$$

$$p(x,t) == A_p e^{-\beta x} \,\mathbf{cos}(\omega t - kx)$$

$$v(x,t) = A_v e^{-\beta x} \,\mathbf{cos}(\omega t - kx)$$

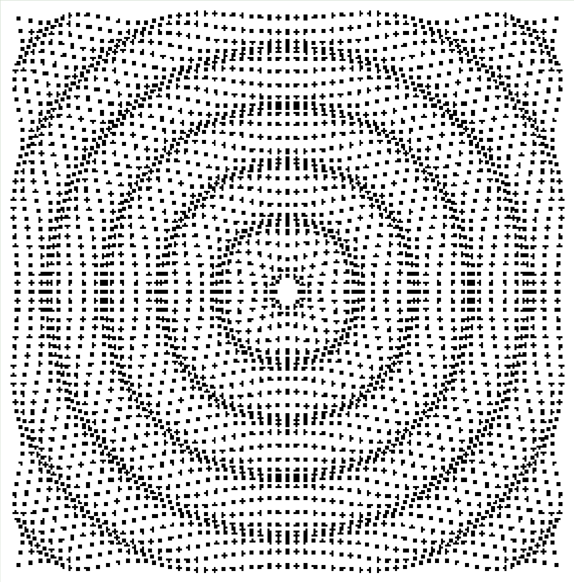
β - koeficijent prigušenja sredine

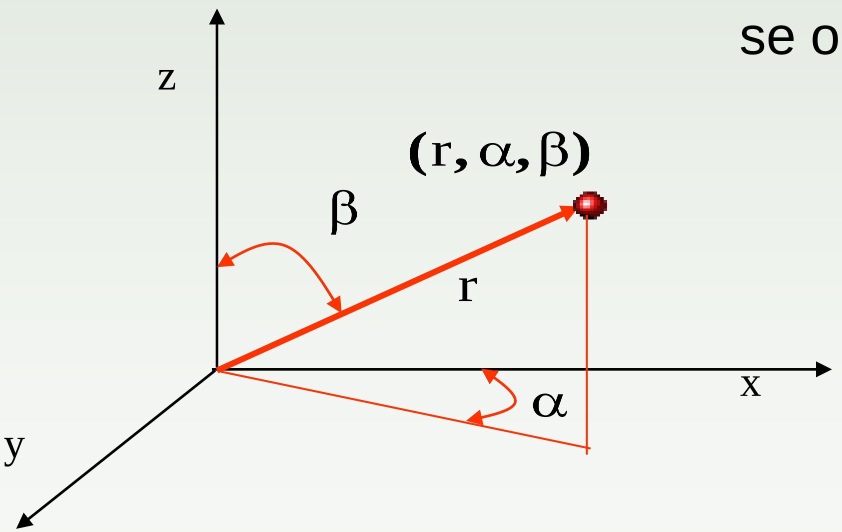
- Specifična akustička impedanca ravnih prigušenih zvučnih talasa je realna veličina, promenljiva u funkciji rastojanja i vremena:

$$Z_{sc} = \rho c + \frac{\rho c^2 \beta}{\omega} \,\mathbf{tg}(\omega t - kx)$$

Sferni talas

- Sferni talasi nastaju oscilovanjem tačkastog zvučnog izvora ili pulsiranjem sfere.
- Talasni front, u obliku sfere, normalan je na pravac prostiranja talasa i na toj površini u svim tačkama, u bilo kojem trenutku vremena, svaka akustička promenljiva je uniformna bez obzira na vremensku zavisnost polja.
- Formirano zvučno polje se naziva polje sfernih talasa.





- Za definisanje jednačine sfernih talasa polazi se od osnovne talasne jednačine

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0$$

- Koristi se princip transformacije pravouganih u sferne koordinate

$$x = r \sin\beta \cos\alpha$$
$$y = r \sin\beta c \sin\alpha$$
$$z = r \cos\beta$$

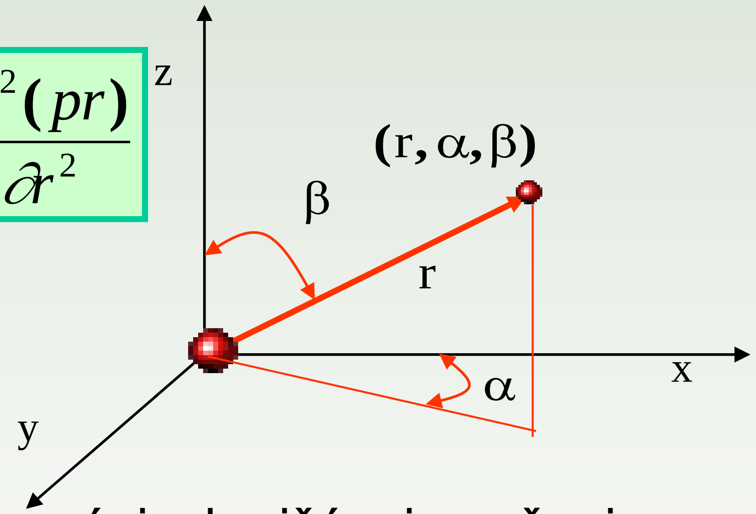
Sferni talas

- Dobija se homogena talasna jednačina u sfernim koordinatama koja opisuje polje sfernih zvučnih talasa:

$$\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2\beta}\cancel{\frac{\partial}{\partial\beta}}\left(\sin\beta\cdot\cancel{\frac{\partial p}{\partial\beta}}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\beta}\cancel{\frac{\partial^2 p}{\partial\alpha^2}}\right) = 0}$$

- Za slučaj sferno-simetričnih talasa (kada se izvor zvuka postavi u centar sfernog koordinatnog sistema), promene akustičkih veličina su funkcija samo koordinate r, tako da talasna jednačina ima oblik:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\right) \xrightarrow{\mathbf{T}} \boxed{\frac{\partial^2 (pr)}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2 (pr)}{\partial r^2}}$$



- Za ravanske talase:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

- Sličnost dobijenih talasnih jednačina omogućuje korišćenje rešenja za ravne talase, gde se proizvod pr shvata kao nova promenljiva.

Sferni talas

- Opšte rešenje homogene diferencijalne jednačine ima oblik:

$$\underline{p}(r,t)=\frac{\underline{A}^{+}}{r}e^{j(\omega t-kr)}+\frac{\underline{A}^{-}}{r}e^{j(\omega t+kr)}$$

Kompleksna konstanta zavisna od graničnih i početnih uslova

- Za slučaj prostiranja talasa u slobodnom prostoru, prostire se samo progresivni talas, nema refleksije. Vrednost zvučnog pritiska u tom slučaju predstavljena je izrazom:

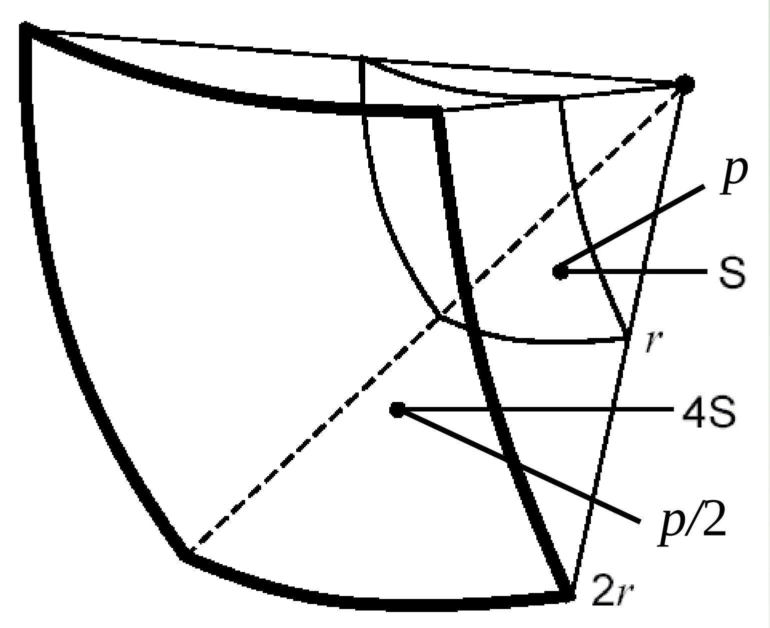
$$\underline{p}(r,t)=\frac{\underline{A}^{+}}{r}e^{j(\omega t-kr)}$$

- Trenutna vrednost zvučnog pritiska p(r,t) određena je realnom kompone-ntom kompleksne veličine pritiska.

$$p(r,t)=\mathbf{Re}\left\{\underline{p}(r,t)\right\}=\frac{A^{+}}{r}\mathbf{cos}(\omega t-kr)$$

Sferni talas

- Iz izvedenih izraza proizilazi osnovna karakteristika sfernih talasa: zvučni pritisak opada sa povećanjem rastojanja. $\boxed{pr = const}$
- Razlog: Povećanjem rastojanja od izvora zvuka povećava se površina talasnog fronta na kojoj se raspodeljuje energija koja je krenula od izvora zvuka.
- Površina talasnog fronta se povećava sa kvadratom rastojanja.
- Udvostručavanje rastojanja – četiri puta veća površina talasnog fronta, četiri puta manja gustina zvučne energije i dva puta manji zvučni pritisak.
- Zahvaljući navedenoj činjenici polje sfernog talasa je potpuno definisano jednim podatkom o veličini zvučnog pritiska.



$$\boxed{p_2 = \frac{r_1}{r_2} p_1}$$

Sferni talas

- Polazeći od relacija koje povezuju akustičke veličine mogu se izvesti izrazi za trenutne vrednosti pomeraja čestice i brzine oscilovanja čestice:

$$p(r,t) = -K\frac{\partial\xi(r,t)}{\partial r}$$

$$v(r,t) = \frac{\partial\xi(r,t)}{\partial t}$$

$$\underline{v}(r,t) = j\frac{1}{\omega\rho}\frac{\partial \underline{p}(r,t)}{\partial r} = \frac{1+jkr}{j\omega\rho}\frac{\underline{A}^{+}}{r^{2}}e^{j(\omega t - kr)}$$

$$\underline{\xi}(r,t) = \frac{1}{j\omega}\underline{v}(r,t) = -\frac{1+jkr}{\omega^{2}\rho}\frac{\underline{A}^{+}}{r^{2}}e^{j(\omega t - kr)}$$

- Odnos zvučnog pritiska i brzine oscilovanja čestica definiše specifičnu akustičku impedansu koja je za slučaj sfernih talasa kompleksna veličina zavisna od rastojanja od izvora zvuka.

$$\underline{Z}_{s} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \frac{j\rho ckr}{1+jkr}$$

Sferni talas

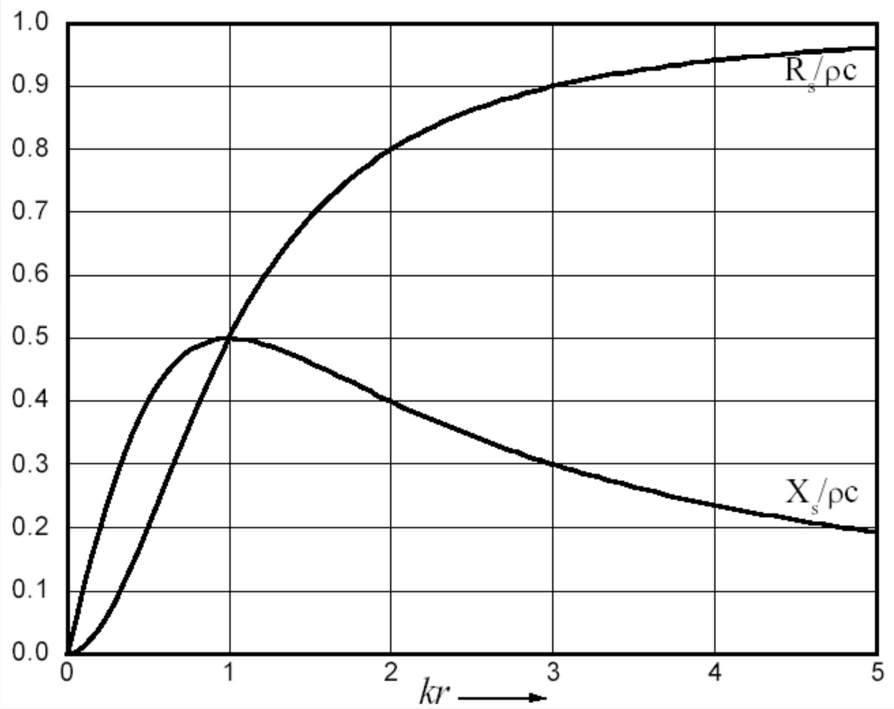
- Specifična akustička impedanca se može napisati preko realnog i imaginarnog dela:

$$\boxed{\underline{Z}_s = R_s + jX_s = \frac{\rho c k^2 r^2}{1 + k^2 r^2} + j\frac{\rho c k r}{1 + k^2 r^2}}$$

- Impedansa zavisi od proizvoda kr, što znači da je funkcija rastojanja i frekvencije.

- Kada je $kr \ll 1$ (u blizini izvora) impedansa je pretežno induktivna, dok na većim rastojanjima ($kr \ll 1$) impedansa postaje jednaka vrednosti za ravanski talas - ρc.

- Sferni talas pri udaljavanju od izvora zvuka se transformiše u ravni talas.



Ravni talasi

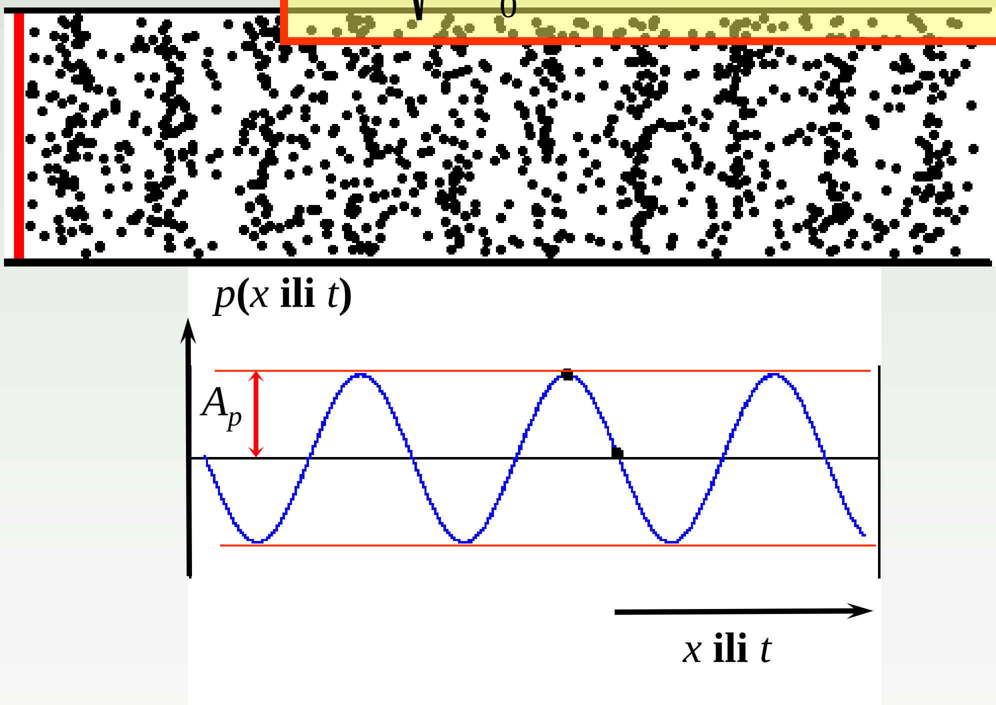
- Efektivna vrednost zvučnog pritiska je veličina koja se meri mernim instrumentima i u proizvoljnoj tački zvučnog polja, u opštem slučaju, računa se kao:

$$\boxed{p=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)\,dt}}$$

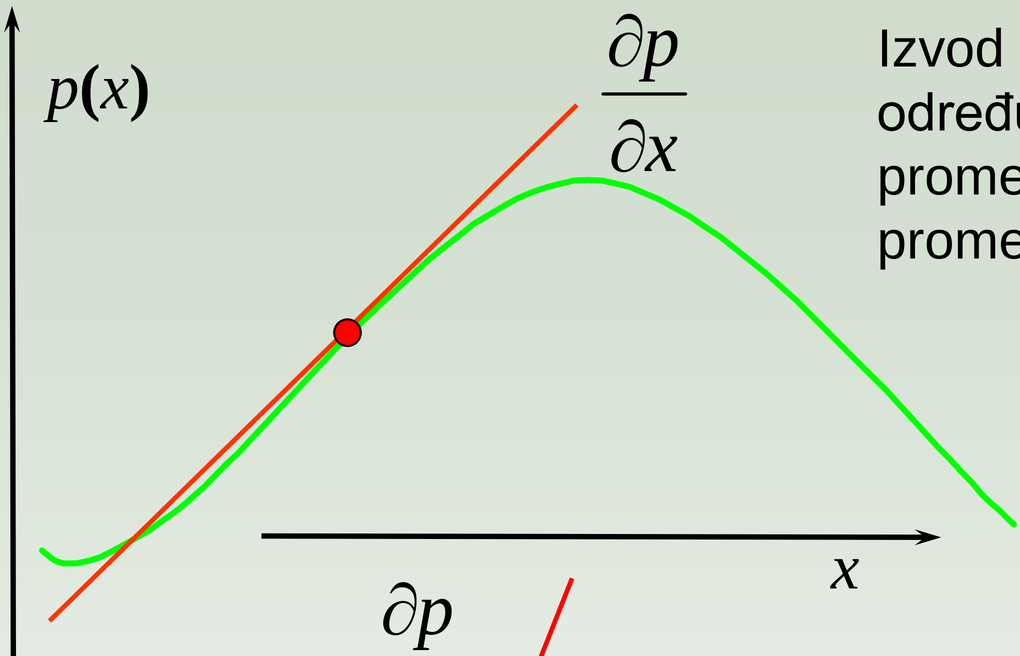
- Za ravne talase: $p(x,t)=A_p\cos(\omega t-kx)$

$$\boxed{p=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A_p^2\cos^2(\omega t-kx)\,dt}=A_p\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t-kx)\,dt}=\frac{A_p}{\sqrt{2}}}$$

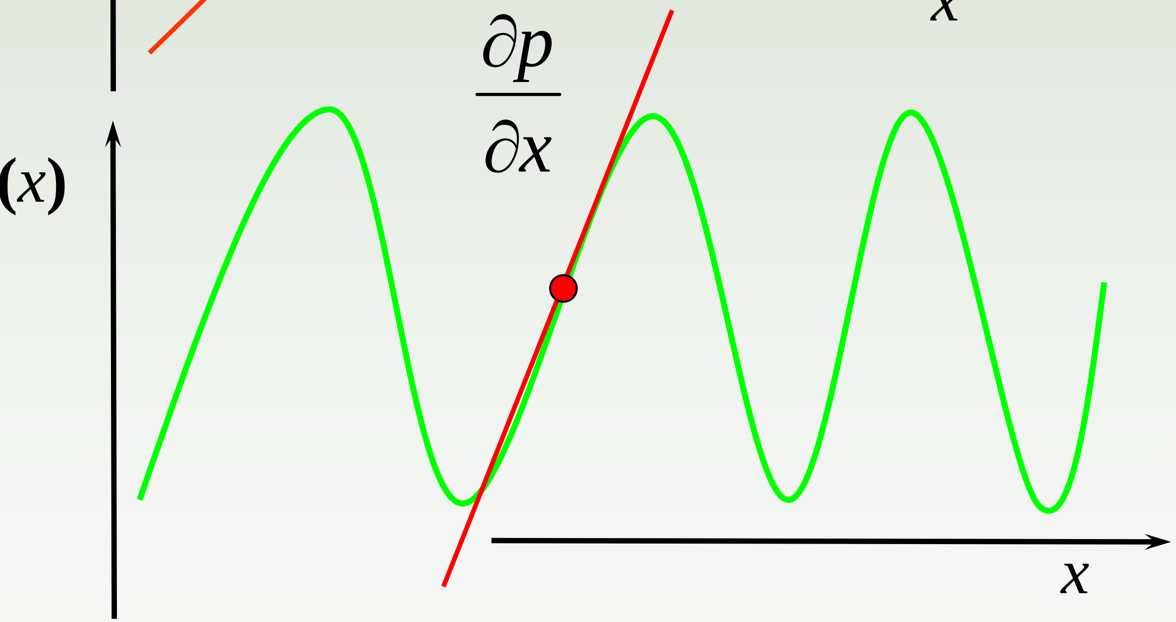
$$\boxed{p=\frac{A_p}{\sqrt{2}}}$$

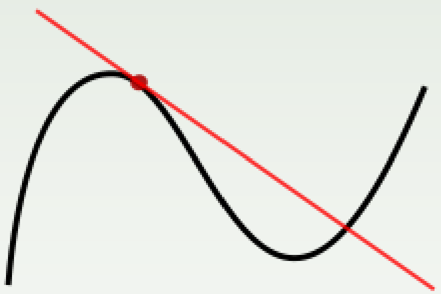


Jednačina kretanja



Izvod zavisne promenljive (funkcije) određuje osetljvost te funkcije na promene druge veličine (nezavine promenljive).





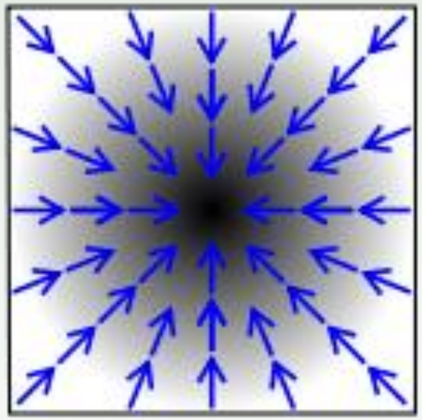
Gradijent

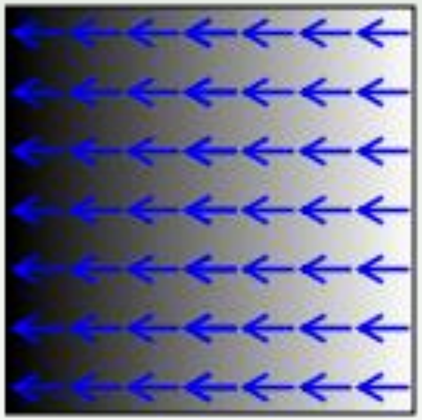
- Gradijent je generalizacija koncepta izvoda na funkcije više promenljivih.
- Ako je $p = f(x, y, z, t)$ funkcija više promeljivih (skalarno polje)

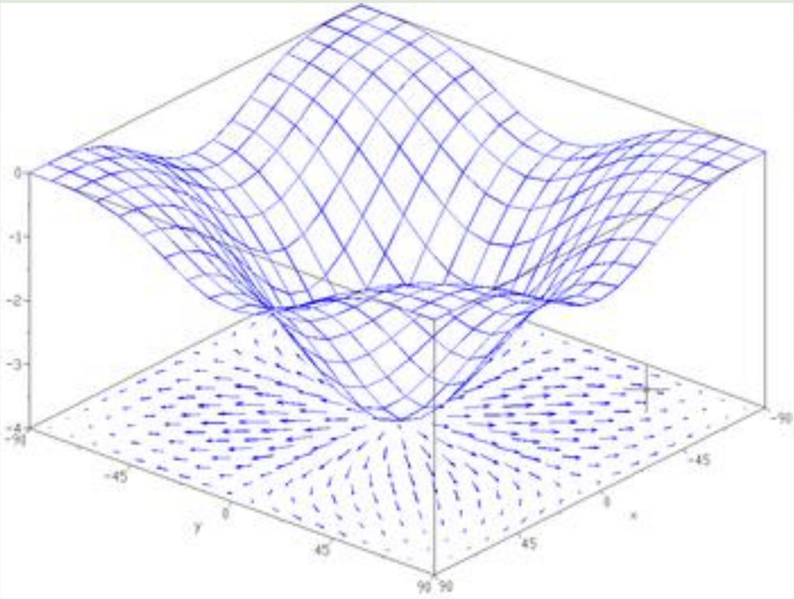
  tada je gradijent te funkcije vektor čije su komponente parcijalni izvodi funkcije:

$$\boxed{\textbf{grad}\, p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}}$$

- Gradijent skalarnog polja je vektorsko polje gde gradijent ukazuje na pravac najveće promene polja. Intenzitet gradijenta određuje brzinu promene polja.

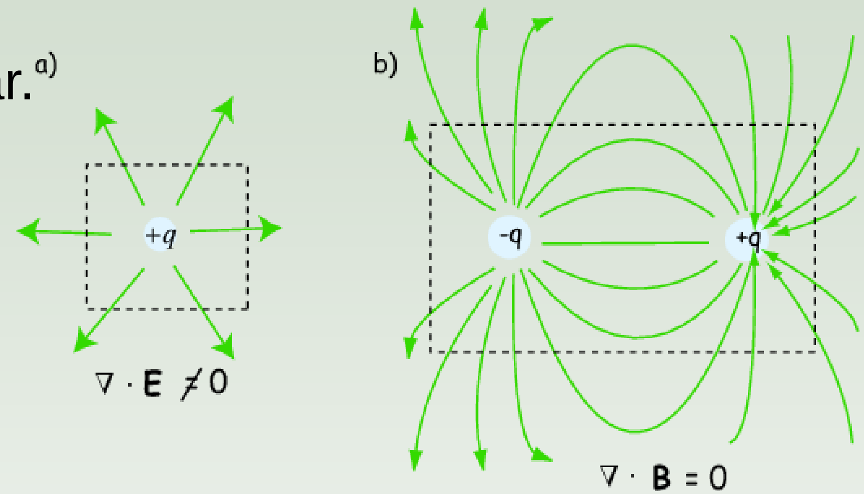


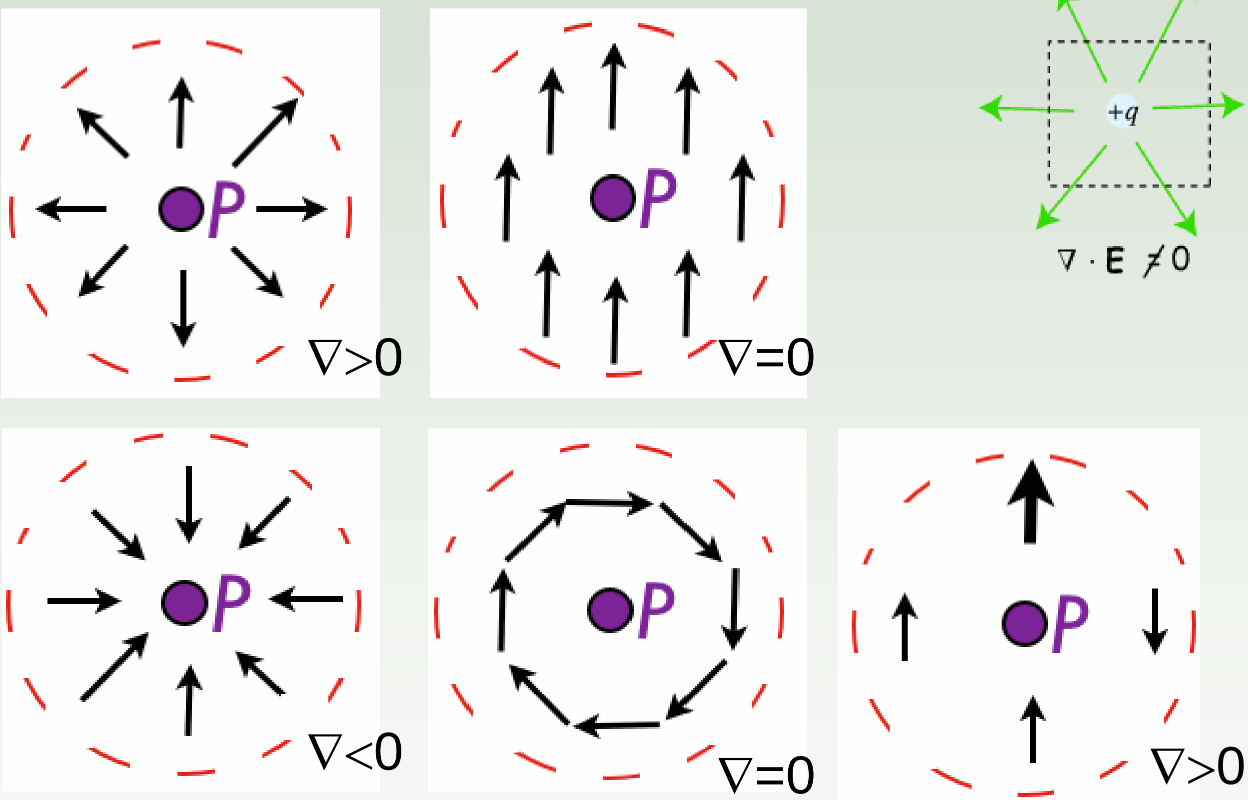




Divergencija

- Divergencija je vektorski operator koji meri intenzitet izvora ili ponora vektorskog polja u datoj tački.
- Divergencija je mera „isticanja“ vektora kroz površinu koja okružuje datu tačku.
- Divergencija vektorskog polja je skalar.





Laplasov operator

- Laplasov operator je dat divergencijom gradijenta neke skalarne funkcije.

- Laplasijan neke funkcije u tački je brzina kojom se usrednjena vrednost funkcije na sferi sa centrom u posmatranoj tački menja u odnosu na vrednost funkcije u toj tački kako rastojanje od tačke raste.