

СТАТИСТИКА У ЗАШТИТИ

Писани део испита - Јунски рок - 16. 6. 2022.

ЗАДАЦИ

1. Индустијско постројење емитује сваког дана оксиде сумпора у атмосферу. Током периода од 80 дана мерене су емитоване количине тих оксида (у тонама по дану):

15,8	26,4	17,3	11,2	23,9	24,8	18,7	13,9	9,0	13,2
22,7	9,8	6,2	14,7	17,5	26,1	12,8	28,6	17,6	23,7
26,8	22,7	18,0	20,5	11,0	20,9	15,5	19,4	16,7	10,7
19,1	15,2	22,9	26,6	20,4	21,4	19,2	21,6	16,9	19,0
18,5	23,0	24,6	20,1	16,2	18,0	7,7	13,5	23,5	14,5
14,4	29,6	19,4	17,0	20,8	24,3	22,5	24,6	18,4	18,1
8,3	21,9	12,3	22,3	13,3	11,8	19,3	20,0	25,7	31,8
25,9	10,5	15,9	27,5	18,1	17,9	9,4	24,1	20,1	28,5

(а) Разврстати податке у 7 класа дужине 4 тоне по дану. За почетак прве класе узети 5 тона по дану. Приказати табеларно средине класа, апсолутне фреквенције и кумулативне апсолутне фреквенције;

(б) Нацртати хистограм апсолутних фреквенција;

(в) Нацртати полигон кумулативних апсолутних фреквенција.

2. Од свих добровољних давалаца крви, њих 80% има Rh фактор у крви.

(а) Ако на случајан начин изаберемо 5 давалаца, колико износи вероватноћа да најмање један од њих нема Rh фактор?

(б) Ако на случајан начин изаберемо 5 давалаца, колико износи вероватноћа да највише четири од њих има Rh фактор?

3. Проучава се удео дефектних интегрисаних кола у укупној производњи неке фабрике. У случајном узорку од 300 кола нађено је да су 13 са дефектом. Да ли на основу ових података можемо закључити да је удео дефектних производа мањи од 0,05? Узети да је праг значајности $\alpha = 0,05$. Наћи тзв. P -вредност, тј. најмању вредност прага значајности која доводи до одбацивања нулте хипотезе.

4. У једној студији анализирана је веза између изложености буци (X у децибелима) и раста крвног притиска (Y у $mmHg$):

X	60	63	65	70	70	70	80	80	80	80
Y	1	0	1	2	5	1	4	6	2	3

X	85	89	90	90	90	90	94	100	100	100
Y	5	4	6	8	4	5	7	9	7	6

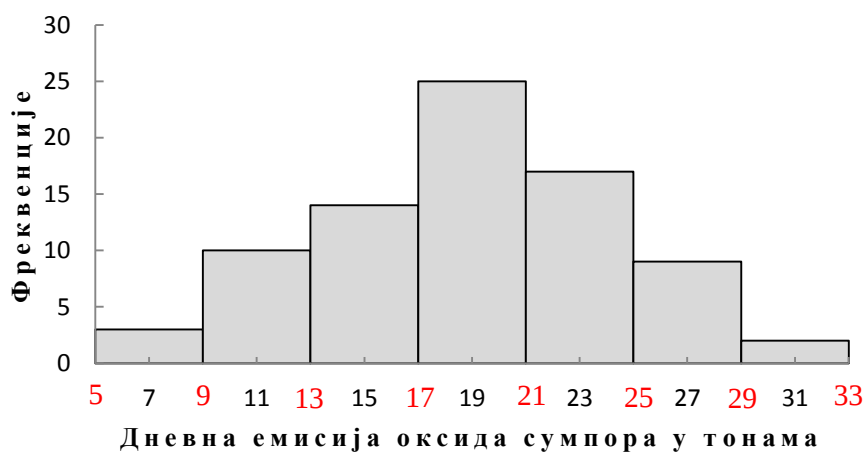
(а) Нацртати дијаграм растурања; (б) Одредити регресиону праву $Y = aX + b$;

(в) Предвидети за колико ће у просеку да порасте крвни притисак ако је степен буке 85 децибела.

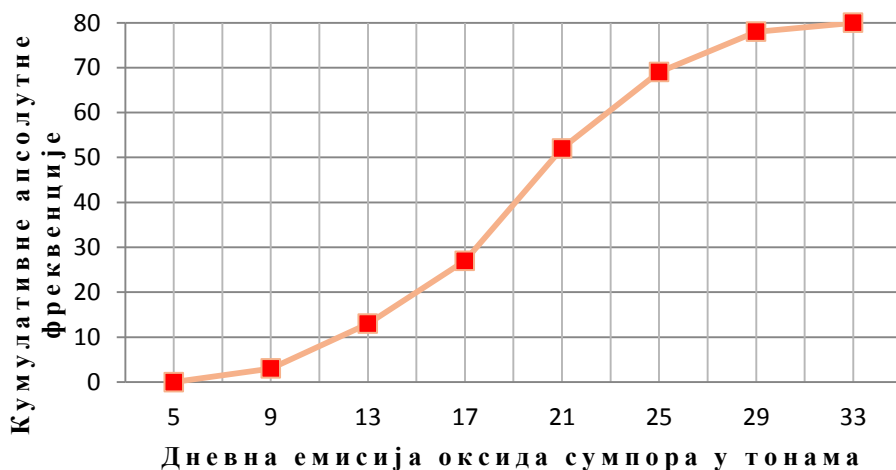
Напомена. Дозвољено је користити калкулаторе, статистичке формуле и статистичке таблице. Строго је забрањена употреба мобилних телефона! Време за израду задатака је 3 сата.

1. (а) Табеларни приказ података

Класе	Средине класа	f_i	Z_i
[5,9)	7	3	3
[9,13)	11	10	13
[13,17)	15	14	27
[17,21)	19	25	52
[21,25)	23	17	69
[25,29)	27	9	78
[29,33)	31	2	80
		$\Sigma=80$	



(б) Хистограм апсолутних фреквенција



(в) Полигон кумулативних апсолутних фреквенција

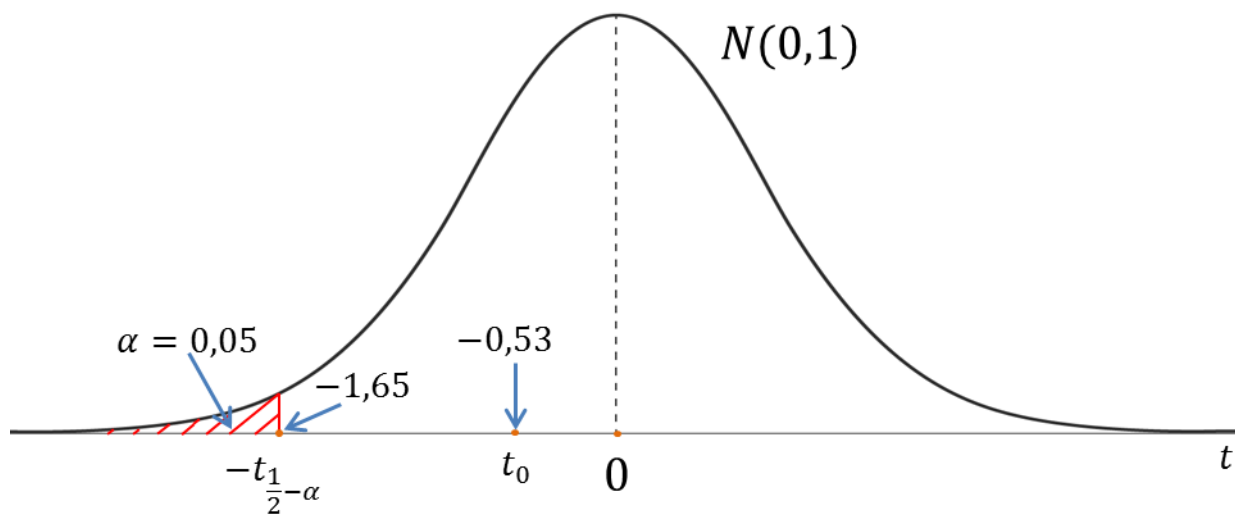
2. (а) Посматрајмо догађај – *Изабрани давалац нема Rh фактор у крви*. Вероватноћа овог догађаја је $p = 0,2$. Нека је X случајна величина која узима вредност x уколико у случајном узорку од $n = 5$ особа имамо x давалаца који немају Rh фактор у крви. Случајна величина X има биномну расподелу $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$. Тражена вероватноћа је $P = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} 0,2^0 0,8^5 = 1 - 0,8^5 = 1 - 0,328 = 0,672$.

(б) Посматрајмо догађај – *Изабрани давалац има Rh фактор у крви*. Вероватноћа овог догађаја је $p = 0,8$. Нека је X случајна величина која узима вредност x уколико у случајном узорку од $n = 5$ особа имамо x давалаца који имају Rh фактор у крви. Случајна величина X има биномну расподелу $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$. Тражена вероватноћа је $P = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 1 - P(X = 5) = 1 - \binom{5}{5} 0,8^5 0,2^0 = 1 - 0,8^5 = 1 - 0,328 = 0,672$.

3. Статистика $\hat{p}$ – удео дефектних интегрисаних кола у узорку обима $n = 300$. Реализована вредност статистике $\hat{p}$ на нашем узорку је $\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{13}{300} = 0,043$. Означимо са p_0 удео дефектних интегрисаних кола у читавој популацији.

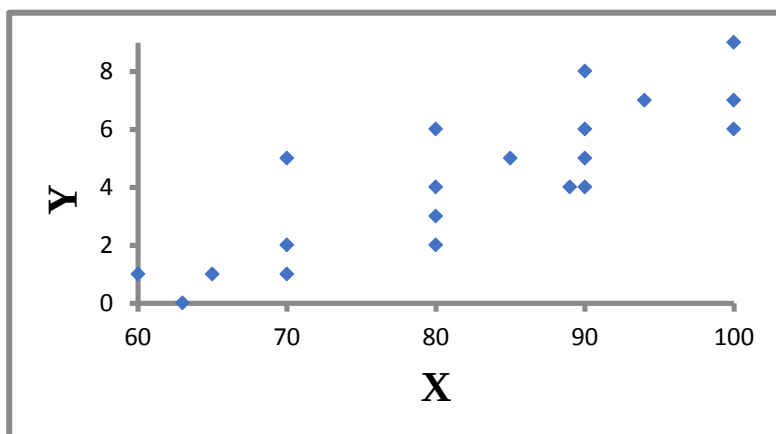
Нулта хипотеза $H_0: p_0 = 0,05$; Алтернативна хипотеза $H_1: p_0 < 0,05$.

Тест статистика $t = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ има нормалну расподелу $N(0,1)$. Реализована вредност тест статистике на нашем узорку је $t_0 = \frac{\bar{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,043-0,05}{\sqrt{\frac{0,05 \cdot 0,95}{300}}} = -0,53$.



Нулту хипотезу одбијамо ако је $t_0 < -t_{\frac{1}{2}-\alpha}$. Из услова $\Phi\left(t_{\frac{1}{2}-\alpha}\right) = \frac{1}{2} - \alpha = 0,45$ добијамо $t_{\frac{1}{2}-\alpha} = 1,65$ (таблица), а одавде следи $-t_{\frac{1}{2}-\alpha} = -1,65$. Како је $t_0 = -0,53 > -1,65 = -t_{\frac{1}{2}-\alpha}$, онда немамо разлога да одбијемо нулту хипотезу. P – вредност је најмања вредност прага значајности која доводи до одбијања нулте хипотезе. Имамо: P – вредност $= \frac{1}{2} - \Phi(0,53) = 0,5 - 0,2019 = 0,2981$.

4. (a) Дијаграм растурања



(б)

x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
60	1	3600	60
63	0	3969	0
65	1	4225	65
70	2	4900	140
70	5	4900	350
70	1	4900	70
80	4	6400	320
80	6	6400	480
80	2	6400	160
80	3	6400	240
85	5	7225	425
89	4	7921	356
90	6	8100	540
90	8	8100	720
90	4	8100	360
90	5	8100	450
94	7	8836	658
100	9	10000	900
100	7	10000	700
100	6	10000	600
1646	86	138476	7594

$$n = 20$$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \frac{20 \cdot 7594 - 1646 \cdot 86}{20 \cdot 138476 - 1646^2} = \frac{10324}{60204} = 0,171484$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$$

$$b = \frac{86 - 0,171484 \cdot 1646}{20} = \frac{-196,262664}{20} = -9,8131$$

Регресиона права: $Y = 0,171484X - 9,8131$

(в) Притисак ће у просеку да порасте за 4,763 *mmHg* када је степен буке 85 децибела.